



Escola de Camins

Escola Tècnica Superior d'Enginyeria de Camins, Canals i Ports
UPC BARCELONATECH

GENERALIDADES DEL ANÁLISIS NUMÉRICO DEL TERRENO MEJORADO CON COLUMNAS DE GRAVA

Treball realitzat per:

Paula Falcó Orduna

Dirigit per:

Antonio Gens Solé

Dani Tarragó Munté

Grau en:

Enginyeria Civil

Barcelona, 27 de setembre de 2019

Departament d'Enginyeria Civil i Ambiental

TREBALL FINAL DE GRAU

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, me gustaría expresar mi más sincero agradecimiento a mis tutores de este Trabajo de Final de Grado, al profesor Antonio Gens por dirigirlo, y en especial, al profesor Dani Tarragó por su ayuda, sus consejos y su supervisión a lo largo de estos meses realizando este estudio. Soy consciente de que para llevar a buen término este trabajo necesitaba la guía imprescindible y apreciaciones de dichos profesores.

A mi familia y amigos por su apoyo y sus ánimos. En especial, a mis padres José Luis y Encarna, por estar a mi lado desde el primer día y por su apoyo incondicional en momentos difíciles a lo largo de todos estos años de carrera universitaria. Y a mi hermano David, por su cariño. Sin ellos no habría sido posible.

RESUMEN

Actualmente, el refuerzo del terreno es uno de los temas más estudiados en el ámbito de la ingeniería geotécnica. Cualquier tipo de suelo, por muy buenas características que tenga, puede ser tratado para mejorarlo. Aun así, el objetivo de mejorar un suelo proviene de la necesidad de mejorar sus características geotécnicas.

Es evidente que los terrenos que necesitan mayor refuerzo son los blandos, puesto que para poder construir sobre ellos son los que ofrecen unas propiedades más desfavorables. La mejora del terreno requiere un buen conocimiento del suelo, no solo de sus características sino también de su comportamiento. Es fundamental conocer las diferentes técnicas de mejora para saber cuál es la más adecuada para cada tipo de terreno.

Este estudio se centrará en la técnica de refuerzo del terreno con columnas de grava, cuya técnica empezó a desarrollarse a partir de los años 50 en Alemania. La inclusión de las columnas de grava se realiza a través de una máquina vibratoria. Cuando se rellena el hueco de grava, se produce una compactación y densificación del suelo, provocando así que se generen presiones intersticiales. Las columnas permiten la homogeneización y disminución del asiento bajo un terraplén.

Varios programas para cálculos geotécnicos han sido desarrollados a lo largo de estos últimos años gracias a la evolución tecnológica que estamos viviendo. Uno de ellos es el que se ha utilizado para este Trabajo de Final de Grado y consiste en el software PLAXIS, tanto en 2D como en 3D. Este programa, creado por la Universidad Tecnológica de Delft (DTU), permite realizar la modelización de problemas geotécnicos mediante elementos finitos.

Para saber cómo modelizar un estrato con columnas de grava se ha realizado un estudio de los diferentes métodos de modelización de columnas de grava. El más adecuado para nuestro caso, finalmente, ha sido el de la celda unitaria, ya que se ha realizado un modelo de simetría axial simplificando así el caso estudiado.

Existen diversos métodos de cálculo para el diseño de columnas. Sin embargo, el más utilizado, sobretodo en Europa es el de Priebe (1995). Consiste en un método semi-empírico en el que se basa este Trabajo de Final de Grado, y en el que se consideran deformaciones plásticas en las columnas.

A partir del artículo publicado por Zhang et al. (2013) y de tesinas previas se ha buscado obtener los resultados de las tesinas anteriores en la nueva versión de PLAXIS 3D, estudiando un caso concreto de refuerzo del terreno con columnas de grava. Creado el modelo, se pretenden demostrar los diferentes ábacos de Priebe (1995).

Con el análisis se alcanzarán unas tensiones inducidas por la inclusión de la columna que genera un coeficiente de empuje activo (K_{ac}). Modificando el ángulo de fricción de las columnas de grava, se evalúa si el ábaco de Priebe es consistente con los resultados obtenidos del modelo generado.

Finalmente, aunque el modelo 3D es el más adecuado para este caso, se decide realizar una simplificación en un modelo bidimensional axisimétrico utilizando PLAXIS 2D. Con una celda unidad se simula de la misma forma el comportamiento que se obtendría con un modelo 3D. Con este modelo se ha podido analizar la evolución de las tensiones y deformaciones producidas por la inclusión de las columnas en el terreno, y pese a la incertidumbre que un problema geotécnico siempre conlleva, se han logrado unos resultados adecuados para el tipo de problema presentado que cumplen con el método de Priebe (1995).

ABSTRACT

Ground reinforcement is currently one of the most studied topics in geotechnical engineering. Any type of soil, no matter how good its characteristics are, they can be treated to improve it. Even so, the objective of improving a soil comes from the need to improve its geotechnical characteristics. It is evident that the soils that need more reinforcement are the soft ones, since to be able to build on them they are the ones that offer more unfavourable properties.

Improving the soil requires a good knowledge of the ground, not only of its characteristics but also of its behaviour. It is essential to know the different improvement techniques in order to know which is the most suitable for each type of ground.

This study will focus on the technique of soil reinforcement with gravel columns, the method of which began to be developed from the 1950s in Germany. The inclusion of the gravel columns is carried out by means of a vibrating machine. When the gravel gap is filled, the soil is compacted and densified, thus generating interstitial pressures. The columns allow the homogenization and decrease of the seat under an embankment.

Several programs for geotechnical calculations have been developed over the last few years thanks to the technological evolution we are undergoing. One of them is the one used for this Dissertation Project and consists of the PLAXIS software, both in 2D and 3D. This program, created by the Delft University of Technology (DTU), allows the modelling of geotechnical problems using finite elements.

In order to know how to model a stratum with gravel columns, a study of the different methods of modelling gravel columns has been carried out. The most suitable for our case, finally, has been that of the unit cell, since an axisymmetric model has been made simplifying the case studied.

There are several calculation methods for the design of columns. However, the most widely used, especially in Europe, is the method of Priebe (1995). It consists of a semi-empirical method in which this Dissertation Project is based, and in which plastic deformations in the columns are considered.

From the article published by Zhang et al. (2013) and previous dissertations it has been aimed to obtain the results of the previous dissertations in the new version of PLAXIS 3D, studying a specific case of reinforcement of the ground with gravel columns. Once the model has been created, the goal is to demonstrate the different abacuses of Priebe (1995).

With the analysis, the stresses induced by the inclusion of the column that generates an active earth pressure coefficient (K_{ac}) will be reached. By modifying the friction angle of the gravel

columns, it is evaluated whether Priebe's abacus is consistent with the results obtained from the generated model.

Finally, although the 3D model is the most suitable for this case, it is decided to make a simplification in a two-dimensional axisymmetric model using PLAXIS 2D. Using a unit cell, the behaviour that would be obtained with a 3D model is simulated in the same way. With this model it has been possible to analyse the evolution of the stresses and deformations produced by the inclusion of the columns in the ground, and despite the uncertainty that a geotechnical problem always involves, suitable results have been achieved for the type of problem presented that fulfils the Priebe method (1995).

ÍNDICE

AGRADECIMIENTOS	2
RESUMEN	4
ABSTRACT	6
1. INTRODUCCIÓN.....	14
1.1 Motivación y antecedentes históricos	14
1.2 Objetivos	15
1.3 Metodología y análisis	16
2. TÉCNICAS DE MEJORA DEL TERRENO	18
2.1 Compactación Grouting	20
2.2 Vibrocompactación.....	21
2.3 Jet Grouting.....	21
2.4 Columnas de grava o vibrosustitución.....	22
2.5 Inyecciones de compactación	23
3. COLUMNAS DE GRAVA	24
3.1 Método de mejora del terreno con columnas de grava	24
3.2 Propiedades e instalación de columnas de grava	25
3.3 Control de ejecución.....	27
3.4 Diseños utilizados en las columnas de grava	28
3.5 Método de cálculo de Priebe	29
3.5.1 Definición de parámetros principales	30
3.5.2 Factor Básico de Mejora.....	31
4. ANÁLISIS CON EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS (MEF)	35
4.1 Modelos de materiales	35
4.2 Fases de cálculo	37
5. ANTECEDENTES DEL ANÁLISIS DE COLUMNAS DE GRAVA	38
5.1 Modelos para columnas.....	38
5.1.1 Celda Unidad	40
5.1.2 Zanjas longitudinales.....	41
5.1.3 Anillos de columnas	44

5.1.4	Terreno homogéneo mejorado	44
5.1.5	Modelo tridimensional de una rebanada de columnas	45
6.	CASO DE ESTUDIO	46
6.1	Caso 3D	46
6.1.1	Diseño y propiedades.....	46
6.1.2	Resultados obtenidos en Plaxis 3D	48
6.2	Caso 2D	52
6.2.1	Diseño del modelo axisimétrico	52
6.2.2	Primera hipótesis: generación de volumen.....	53
	Aumento del 50% en la dirección x y z	54
	Aumento del 60% en el eje horizontal	57
	Discusión de los resultados de la 1ª hipótesis	58
6.2.3	Segunda hipótesis: aplicación de cargas	59
	Ángulo de fricción de 35°.....	60
	Ángulo de fricción de 37.5°.....	62
	Ángulo de fricción de 40°	63
	Ángulo de fricción de 42.5°.....	64
	Ángulo de fricción de 42.5°.....	65
	Discusión de los resultados de la 2ª hipótesis	66
	CONCLUSIÓN	68
	FUTUROS TRABAJOS	70
	REFERENCIAS.....	72

Índice de tablas

<i>Tabla 1. Métodos vibratorios para la instalación de columnas de grava (Alonso, 2014)</i>	<i>25</i>
<i>Tabla 2. Aspectos donde los distintos métodos son buenos en la mejora mediante columnas de grava en la cimentación de un terraplén (Castro et al.,2016)</i>	<i>39</i>
<i>Tabla 3. Propiedades de los materiales.....</i>	<i>48</i>
<i>Tabla 4. Valores de los esfuerzos verticales y horizontales obtenidos en la fase 2.</i>	<i>51</i>
<i>Tabla 5. Valores de la tensión vertical y horizontal en la fase 3 (Phase_3).....</i>	<i>56</i>
<i>Tabla 6. Valores de coeficientes de empuje teóricos y del modelo y factores de mejora básico para cada ángulo de fricción estudiado.</i>	<i>67</i>

Índice de Ilustraciones

<i>Ilustración 1. Métodos de métodos de tratamiento de mejora del suelo en función de la granulometría (Mitchell, 1981).</i>	19
<i>Ilustración 2. Esquema proceso de ejecución de la compactación Grouting.</i>	20
<i>Ilustración 3. Esquema del procedimiento de ejecución de la vibrocompactación.</i>	21
<i>Ilustración 4. Esquema del procedimiento de ejecución del Jet Grouting.</i>	22
<i>Ilustración 5. Procedimiento de construcción de las columnas de grava (por vía húmeda con alimentación superior).</i>	23
<i>Ilustración 6. Rango de validez de columnas de grava vs. compactación (Pérez).</i>	24
<i>Ilustración 7. a) Variación del asiento con la posición de las columnas. b) Evolución de la resistencia al corte sin drenaje tras la instalación de las columnas (Castro et. al., 2016).</i>	26
<i>Ilustración 8. Registro continuo de parámetros (Alonso, 2014).</i>	28
<i>Ilustración 9. Diferentes tipos de disposición en planta.</i>	29
<i>Ilustración 10. Gráfico que muestra la relación para diferentes ángulos de fricción del factor de mejora y el ratio entre áreas (Priebe, 1995).</i>	32
<i>Ilustración 11. Consideración de la compresibilidad de la columna (Priebe, 1995).</i>	33
<i>Ilustración 12 Gráfico que representa un modelo elástico perfectamente plástico.</i>	36
<i>Ilustración 13. Esquema de refuerzo del terreno (a) de columnas individuales; (b) de muros de columnas (Zhang et al., 2013).</i>	38
<i>Ilustración 14. Principales modelos para el estudio de columnas de grava (Castro et. al., 2016). (a) Modelo tridimensional completo. (b) Celda unidad. (c) Zanjas de columnas longitudinales. (d) Anillos de columnas. (e) Terreno equivalente.</i>	39
<i>Ilustración 15. Celda unidad simplificada a una simetría axial (Castro et al., 2016).</i>	40
<i>Ilustración 16. Esquema celda unidad para soluciones analíticas (Castro et al., 2016).</i>	40
<i>Ilustración 17. Condiciones de equilibrio y estabilidad en una columna ensacada (Castro et al., 2016).</i>	41
<i>Ilustración 18. Calibración de los parámetros utilizando el modelo de celda unidad para zanjas longitudinales (Castro et al., 2016).</i>	42
<i>Ilustración 19. Resultados obtenidos de los mecanismos de rotura por Zhang et al. (2013) en 2D del método 1 y 2 a corto plazo (a) y a largo plazo (b).</i>	43
<i>Ilustración 20. Homogeneización del terreno (Gueguin et al., 2015).</i>	44
<i>Ilustración 21. Dos filas a estudiar del caso de malla triangular (Castro et al., 2016).</i>	45

<i>Ilustración 22. Esquema del modelo 3D (a) sección transversal; (b) planta (Unidades en m) (Zhang et al., 2013).</i>	47
<i>Ilustración 23. Modelo en 3D: (a) terreno arcilloso (b) columnas de grava introducidas en el terreno.</i>	49
<i>Ilustración 24. Deformaciones volumétricas al aumentar el volumen un 50% eje x e y.</i>	49
<i>Ilustración 25. Tensiones verticales obtenidas en la fase 1.</i>	50
<i>Ilustración 26. Esfuerzos obtenidos en el eje z en la fase 2.</i>	50
<i>Ilustración 27. Esfuerzos obtenidos en el eje y en la fase 2.</i>	51
<i>Ilustración 28. Resultados obtenidos de la relación entre esfuerzos verticales y horizontales en la fase 2.</i>	51
<i>Ilustración 29. Esquema gráfico de una malla cuadrada (Manuela Carreiro, 2007)</i>	52
<i>Ilustración 30. Esquema modelo axisimétrico (Plaxis Manual 2D).</i>	53
<i>Ilustración 31. Perfil axisimétrico del caso 2D (De color verde, la columna de grava y de color azul, terreno arcilloso).</i>	53
<i>Ilustración 32. Resultados obtenidos esfuerzo-deformación en la fase 2 (Phase_2).</i>	55
<i>Ilustración 33. Resultados obtenidos de la relación entre esfuerzos verticales y horizontales en la fase 2 (Phase_2).</i>	56
<i>Ilustración 34. Relación tensión-deformación en el eje x después del aumento volumétrico de la fase 2 (Phase2).</i>	57
<i>Ilustración 35. Relación tensión-deformación en el eje z después del aumento volumétrico de la fase 2 (Phase2).</i>	58
<i>Ilustración 36. Nuevo diseño aplicando cargas verticales y horizontales. (a)Initial_Phase; (b)Phase_1; (c)Phase_2; (d)Phase_3.</i>	59
<i>Ilustración 37. Información del cálculo Phase_3</i>	60
<i>Ilustración 38. Malla deformada.</i>	61
<i>Ilustración 39. Desplazamientos totales obtenidos (ángulo de fricción de 35°).</i>	61
<i>Ilustración 40. Gráfico de tensiones obtenidas en el modelo final para un ángulo de 35°.</i>	62
<i>Ilustración 41. Desplazamientos totales obtenidos (ángulo de fricción de 37.5°).</i>	62
<i>Ilustración 42. Tensiones verticales y horizontales generadas en el modelo cuando el ángulo de fricción es de 37.5°.</i>	63
<i>Ilustración 43. Desplazamientos totales obtenidos (ángulo de fricción de 40°).</i>	63
<i>Ilustración 44. Tensiones verticales y horizontales generadas en el modelo cuando el ángulo de fricción es de 40°.</i>	64

<i>Il·lustració 45. Desplazamientos totales obtenidos (ángulo de fricción de 42.5°).</i>	64
<i>Il·lustració 46. Tensiones verticales y horizontales generadas en el modelo cuando el ángulo de fricción es de 42.5°.</i>	65
<i>Il·lustració 47. Desplazamientos totales obtenidos (ángulo de fricción de 45°).</i>	65
<i>Il·lustració 48. Tensiones verticales y horizontales generadas en el modelo cuando el ángulo de fricción es de 45°.</i>	66
<i>Il·lustració 49. ábaco de Priebe con los resultados finales obtenidos del factor de mejora básico.</i>	67

1. INTRODUCCIÓN

1.1 Motivación y antecedentes históricos

La motivación para realizar este Trabajo de Final de Grado surge de mi curiosidad e interés por el área de la Ingeniería Geotécnica una vez finalizadas las materias estudiadas en el grado de Ingeniería Civil. El terreno es el medio donde se llevan a cabo la mayoría de actividades socioeconómicas, así como, una fuente de materias primas. El análisis del suelo es el primer paso fundamental para realizar el estudio de un proyecto de construcción y es la base sobre la que éste se sustenta, precisamente lo que provoca mi interés por su examen y análisis.

La necesidad de mejorar las propiedades del terreno proviene del objetivo de construir sobre un terreno cuyas características geotécnicas son insuficientes para poder resistir adecuadamente a la construcción de una estructura sobre éste. Normalmente, se tratan de terrenos blandos y fácilmente deformables. Hoy en día, existe una gran variedad de técnicas para la mejora del terreno que tiene en cuenta el tipo de suelo, el objetivo de la mejora o la profundidad del suelo, entre otras, a la hora de la elección de la más adecuada. Actualmente, la profundidad a la que un tratamiento es eficaz, varía en un rango de menos de 1m para compactaciones superficiales y hasta más de 100 m para tratamientos con inyecciones (Guía de cimentaciones, 2002).

Merece la pena hacer especial hincapié en la evolución cronológica que se viene produciendo. A modo de ejemplo, desde hace varios siglos el uso de inclusiones granulares en el terreno se ha convertido en un método muy apropiado para la mejora de las propiedades de suelos blandos. En 1836, en Bayona (Francia) se empezaron a sustituir los pilotes de madera por columnas de arena ya que la madera se degradaba con facilidad por variaciones del nivel freático. En los años 50, se intentó utilizar la vibrocompactación en suelos no granulares donde la cohesión y la impermeabilidad del terreno impiden que ésta tenga efecto sobre este tipo de terrenos. Es entonces cuando surge la idea de instalar columnas de grava, las cuales son más rígidas, resistentes y permeables.

Estas características ayudan a mejorar las propiedades del terreno natural como el aumento de la capacidad portante, la estabilidad al deslizamiento, la reducción del asiento final o la disminución del tiempo de consolidación. Las aplicaciones de esta técnica se usan en terraplenes, rellenos de infraestructuras lineales, estabilización de deslizamientos, en medio marítimo (offshore) para la cimentación de rellenos portuarios, diques...

En definitiva, esta evolución es fruto del estudio geotécnico que pretendo desarrollar y que sin duda es mi intención profundizar en un futuro con la continuación de mis estudios de Máster.

1.2 Objetivos

Diferentes técnicas de mejora del terreno son utilizadas dependiendo del suelo en el que nos encontramos o necesitamos mejorar. Entender el método de vibrosustitución por columnas de grava es primordial a la hora de realizar este estudio. Sus características, la ejecución y la mejora de parámetros que éste produce sobre el suelo han de ser analizados.

El objetivo principal de este Trabajo de Final de Grado consiste en analizar el comportamiento de las columnas de grava introducidas en un terreno arcilloso. El estudio de un artículo realizado por Zhang et al. (2013) es en el que se basan los datos de este trabajo. Se tratará de encontrar un modelo de malla en 3D y 2D donde obtener información de cómo son sus tensiones y deformaciones aplicando el método de cálculo propuesto por Priebe (1995).

Trabajos de Final de Máster realizados anteriormente por Calabrese (2016) y Rofes (2017) preceden este trabajo, analizando modelos 2D y 3D de columnas de grava y área equivalente. En ellos se evalúan los factores de seguridad y los mecanismos de rotura de los diferentes métodos, tanto en condiciones drenadas como en condiciones no drenadas.

Para ello, el trabajo se basa en el artículo de Zhang et al. (2013) y se profundiza el conocimiento del uso de columnas de grava como herramienta para el refuerzo de terrenos blandos y la mejora de sus propiedades. En este artículo se habla de diferentes métodos de estudio y éstos han sido estudiados por Rofes (2017) y Calabrese (2016).

Diferentes modelos para columnas pueden ser estudiados y se debe de tener una idea clara de los tipos de modelización útiles para este estudio. Castro (2017) profundiza sobre el tema, y se podrá obtener cuál es el mejor modelo de modelización para nuestro caso concreto, aplicado tanto en 3D como en 2D.

Otro punto clave de este Trabajo de Final de Grado es aprender a modelizar un caso concreto con el programa PLAXIS 3D y 2D para obtener resultados del caso de estudio satisfactorios. Una vez simulado el modelo en PLAXIS 3D y 2D se podrán comparar los resultados prácticos con los teóricos explicados por Heinz J. Priebe (1995). En este artículo se detallan cómo varían algunas de las propiedades del suelo y de las columnas de grava.

Principalmente, en el análisis se pretende obtener un coeficiente de empuje activo generado por las tensiones que se llegan a alcanzar al introducir la columna en el terreno. Será importante entonces empezar por el factor de mejora del terreno que surge por la ejecución de la columna en el suelo y ver como varía para diferentes ángulos de fricción.

1.3 Metodología y análisis

Con el objeto de realizar este trabajo de final de grado, se diferencian claramente tres etapas:

- La búsqueda y contraste de información bibliográfica sobre la que se asienta el trabajo.
- La simulación de los modelos (tridimensional y bidimensional sobre la que se obtendrán resultados a analizar.
- El análisis, contraste y comparación de los resultados obtenidos.

Tras del estudio del estado del arte, previamente a la creación del modelo, se ha realizado una fase de aprendizaje personal del programa a través de tutoriales para diseñar los modelos 3D y 2D. Para ello, se ha usado el software PLAXIS donde se ha realizado una simulación numérica a través del método de elementos finitos. Este programa creado y desarrollado por la Universidad Tecnológica de Delft (TU Delft) permite la modelización de problemas geotécnicos mediante este método.

Se va a comenzar modelando el 3D ya que es el que más se asemeja a la realidad. Una vez logrado el modelo tridimensional se pretenden demostrar los diferentes ábacos propuestos por Priebe (1995). En la actualidad, son los que se usan para el diseño de la mayor parte de proyectos con mejoras del terreno mediante columnas de grava.

Aunque la idea inicial era crear un modelo 3D, la cual es la herramienta ideal para este caso, se decide con el fin de ahorrar tiempo simplificar el modelo. Se ha creado un modelo bidimensional axisimétrico utilizando PLAXIS 2D. Este modelo mediante una celda unidad, simula de la misma forma el comportamiento que se obtendría con un modelo 3D.

Se empezará por obtener el factor básico de mejora (n) por la simple introducción de una columna en el suelo. Fundamentalmente, con el análisis se alcanzarán unas tensiones inducidas por la inclusión de la columna y se obtendrá un coeficiente de empuje activo (K_{ac}). Para diferentes ángulos de fricción se evaluará si el ábaco de Priebe es consistente con los resultados obtenidos.

El análisis se pretende evaluar de dos maneras:

- 1) Simular la generación de volumen que produce la columna (elemento rígido), con lo que se generan unas tensiones que provocan una deformación de volumen con una consiguiente deformación tensional el cual debe ser el que genera el coeficiente de empuje activo K_{ac} .
- 2) Simular con la aplicación de tensiones un estado tensional con el que se alcance K_{ac} .

Finalmente, se han comparado los resultados obtenidos con los que se encuentran descritos por Prlebe (1995) para diferentes ángulos de fricción de las columnas y asumiendo varias condiciones iniciales ideales que se proponen.

2. TÉCNICAS DE MEJORA DEL TERRENO

La Comisión Europea define suelo como *“la capa superior de la corteza terrestre compuesta por una mezcla de partículas minerales, materia orgánica, agua, aire y organismos vivos”* (Institut Cartogràfic i Geològic de Catalunya). Es el medio físico en el cual se llevan a cabo la gran mayoría de actividades socioeconómicas a la vez que es una fuente de materias primas. Es un recurso limitado expuesto constantemente a serias amenazas como pueden ser la erosión, contaminación, salinización o desprendimiento.

Asimismo, los suelos también pueden usarse como materiales de construcción por su abundancia, durabilidad y bajo coste. Por otro lado, el terreno se puede mejorar para ofrecer unas mejores características geotécnicas adecuadas para realizar la función requerida.

Mayoritariamente, los suelos en su estado natural suelen resistir bastante bien a compresión y muy mal a tracción, por el hecho de que una gran parte de su resistencia depende de su resistencia interna. Por consiguiente, la mejora del suelo sirve para cambiar propiedades como el aumento de la resistencia mecánica, disminución de los asentos bajo cargas estáticas y/o reducir la permeabilidad y erosión, entre otros.

Los suelos blandos, como arcillas o limos, suelen presentar bastantes problemas a la hora de querer construir una obra civil. Entre ellos, cabe destacar:

- Elevada deformabilidad del terreno. Consecuentemente, produce la aparición de asentos una vez el terreno está sometido a carga.
- La consolidación, es decir, el lento desarrollo de los asentos a lo largo del tiempo producido por la baja permeabilidad de los suelos blandos. Esto provoca que la disipación del exceso de presión intersticial sea lenta durante el proceso de carga.
- Baja resistencia al esfuerzo cortante de los suelos blandos que produce problemas en la estabilidad del terreno. Esto se produce porque la tensión tangencial máxima (τ_{max}) depende de la cohesión (c) y del ángulo de rozamiento (φ), según la siguiente ecuación:

$$\tau_{max} = c + \sigma * \tan \varphi$$

Estos terrenos tienen un ángulo de rozamiento pequeño y una cohesión mayor comparada con otros terrenos menos blandos, aunque esta no es suficiente para poder obtener una tensión tangencial máxima elevada. Esto facilitará la aparición de superficies de deslizamientos en estos terrenos, tanto planos como circulares.

La elección del mejor método dependerá del caso particular que se esté estudiando y de los factores específicos que se requieran, como (Mitchell, 1981):

- Establecer el nivel de mejora requerido en función de la resistencia, la rigidez, la compresibilidad y la permeabilidad.
- La superficie, la profundidad y el volumen total del suelo a tratar.
- El tipo de suelo y sus propiedades iniciales.
- Los materiales disponibles (arena, arcilla, grava,...).
- Equipos y conocimientos disponibles.
- Factores medioambientales: eliminación de residuos, erosión, contaminación, efectos sobre estructuras adyacentes e instalaciones.
- Experiencia local y preferencias.
- Tiempo disponible.
- Coste.

La mayoría de métodos se aplican en función del tipo de terreno que nos encontramos. En la siguiente figura (*Ilustración 1*) se observa qué métodos de mejora son aplicables según la granulometría del suelo.

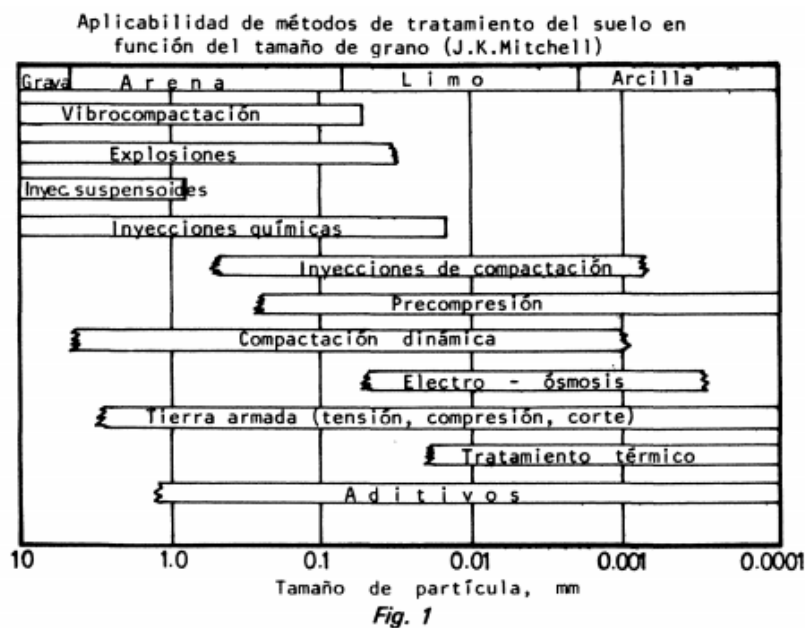


Ilustración 1. Métodos de métodos de tratamiento de mejora del suelo en función de la granulometría (Mitchell, 1981).

Algunas de las técnicas más utilizadas para la mejora del terreno que serán explicadas brevemente a continuación son la compactación Grouting, la vibrocompactación

(vibroflotación), columnas de grava por vibrosustitución, el jet Grouting e inyecciones de compactación.

2.1 Compactación Grouting

Los terrenos en los que se suele usar este método son suelos granulares sueltos con un porcentaje $<25\%$ de finos para que de este modo durante la aplicación no se produzcan incrementos de presión intersticial. También puede usarse en suelos finos blandos no saturados (limos y arcillas) con $SPT < 10$ (Standard Penetration Test) y en suelos colapsables aunque con precaución para no saturar el suelo en la fuga de agua.

El principal objetivo de esta técnica es el aumento de la capacidad portante del suelo y de la densidad relativa del mismo. Consiste en la inyección en el terreno de un mortero de una movilidad reducida, el cual tiene una gran fricción interna, de forma que esta queda concentrada en el punto de aplicación sin introducirse en los poros del suelo. En desplazamiento que se produce en la inyección genera una densificación y estabilización del suelo reduciendo los huecos.

Su instalación y ejecución es rápida y se realiza desde dentro hacia afuera de la estructura (*Ilustración 2*). Es posible trabajar en espacios reducidos y de difícil acceso y es una alternativa económica comparada con otras técnicas de saneo y sustitución del terreno.

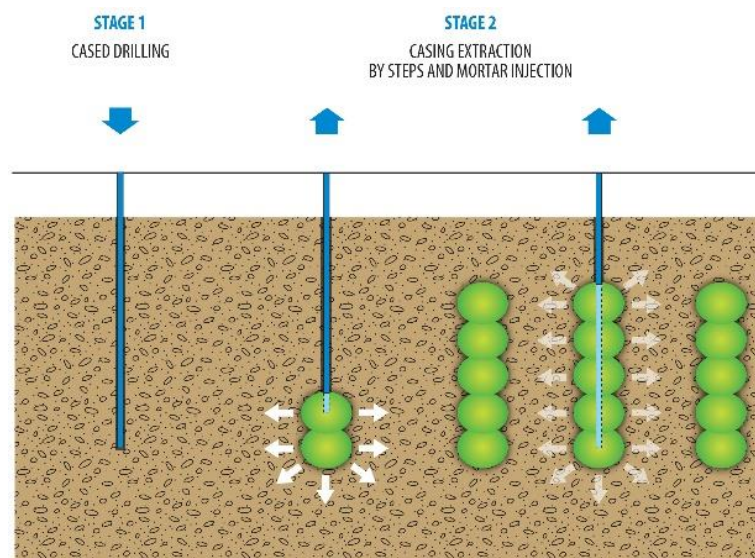


Ilustración 2. Esquema proceso de ejecución de la compactación Grouting.

2.2 Vibrocompactación

La vibrocompactación es una técnica que se usa en suelos granulares con un porcentaje de finos de entre el 10 y el 15%.

Este método consiste en la introducción de un equipo vibrador en el terreno que ayuda a densificar el terreno mediante subidas y bajadas del vibrador y debido al desplazamiento lateral del terreno (*Ilustración 3*). Combinando la vibración con chorros de agua integrados en la parte inferior del vibrador se consigue aumentar la densidad relativa de los suelos hasta un 70-85%. Debido a esto, también se produce un incremento del ángulo de rozamiento y rigidez del suelo. El aumento de la capacidad portante del suelo y la reducción de los asentamientos son otras de las mejoras que se logran con esta metodología.

Algunas ventajas de la vibrocompactación son el bajo nivel de ruidos y vibraciones que producen y también que es una técnica de aplicación sencilla y con equipos autónomos.

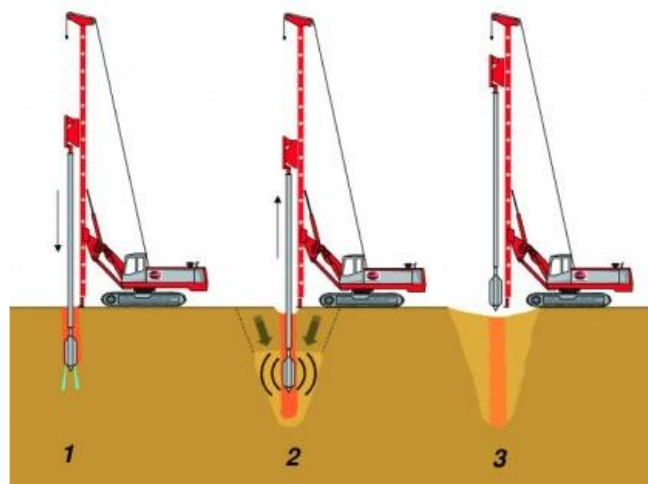


Ilustración 3. Esquema del procedimiento de ejecución de la vibrocompactación.

2.3 Jet Grouting

Este método se basa en la inyección radial de fluidos a altas velocidades y presiones para así erosionar el terreno, reemplazando el material y mezclarlo con un agente de cementación. Con esta técnica se crea un nuevo material llamado "soilcrete". La mejora en las propiedades geomecánicas y físicas es significativa, pudiendo reducir la permeabilidad y la deformabilidad del terreno tratado.

La ejecución se realiza en dos fases. Primeramente, se perfora hasta la cota final y seguidamente se inyecta el fluido recuperando la tubería. El fluido que se introduce puede ser cemento, bentonita o alguna otra mezcla química, aunque la que se usa suele ser lechada de cemento (*Ilustración 4*).

Esta aplicación se puede utilizar, por ejemplo, para mejorar suelos blandos, impermeabilización, reparación pilotes o para la cimentación de una obra nueva.

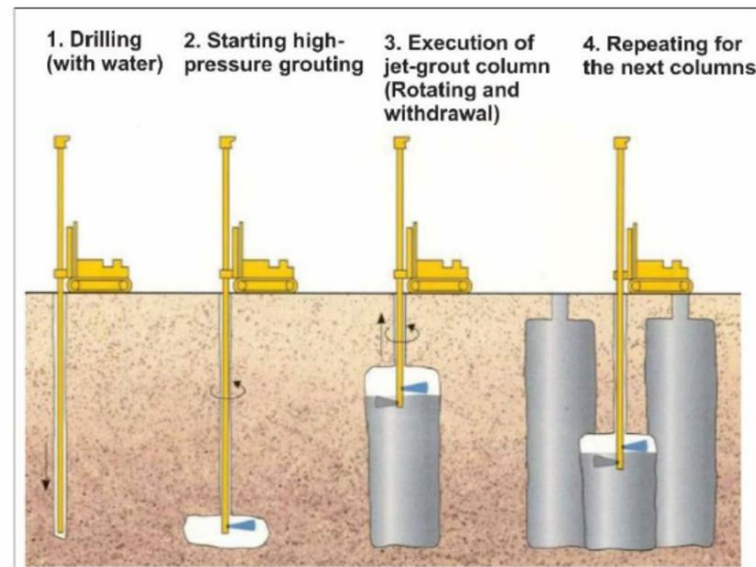


Ilustración 4. Esquema del procedimiento de ejecución del Jet Grouting.

2.4 Columnas de grava o vibrosustitución

La técnica del refuerzo del terreno con columnas de grava se basa en mejorar el terreno existente mejorando las propiedades de este, como el ángulo de rozamiento, cohesión, módulo de deformación o densidad. Finalmente, se obtiene un suelo equivalente mejorado.

Con la incorporación de las columnas de grava se produce una disipación de las tensiones y reducción de los asentos consiguiendo que estos sean prácticamente despreciables. La profundidad para lograr esta mejora de los parámetros se encuentra a la profundidad suficiente donde los asentos tiendan a ser despreciables.

Los terrenos adecuados para aplicar esta técnica son los suelos cohesivos (arcillas, limos), los terrenos granulares con porcentaje de finos $>10\%$ y rellenos antrópicos.

Las aplicaciones más comunes se llevan a cabo en terraplenes plataformas de obras lineales, estribos de pasos elevados, depósitos o para tratamientos en fondos marinos, lacustres o fluviales on-shore y off-shore.

Esta técnica es en la que se basa este trabajo y, por lo tanto, en la que se va a profundizar en próximos apartados.

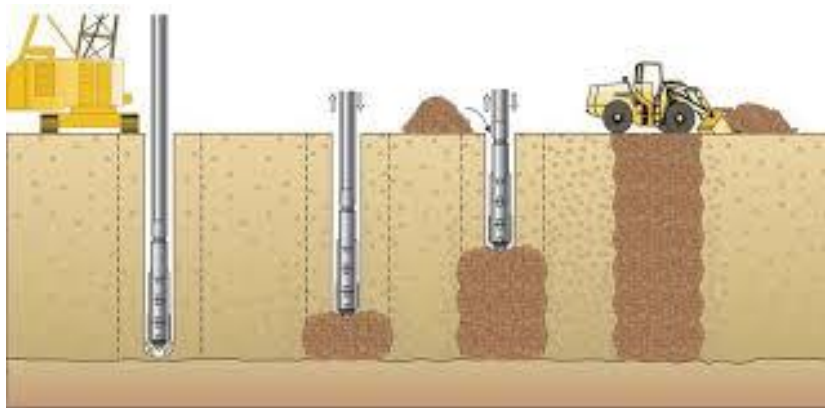


Ilustración 5. Procedimiento de construcción de las columnas de grava (por vía húmeda con alimentación superior).

2.5 Inyecciones de compactación

Con esta técnica se pretende mejorar el grado de consolidación del suelo. Consiste en la inyección a presión de una mezcla de cemento de alta consistencia para formar un bulbo que comprime y compacta el terreno. Cuando el mortero fragua se produce un aumento de la resistencia del conjunto.

El proceso de inyección consiste en realizar la perforación e instalación de la tubería de inyección. El espacio anular entre el tubo y el terreno se obtura, lo que permite realizar la inyección sin pérdidas de presión ni de material entre el tubo y el terreno en superficie. A medida que se retira el tubo, se va inyectando el mortero creando una columna con bulbos que se intersectan entre sí.

Las aplicaciones para este método se centran en la mejora de suelos de baja capacidad portante y compactación en suelos no cohesivos, que alternan capas de baja densidad y capas duras. También se usan para rellenar huecos en suelos dañados o zonas de relleno mal compactadas.

3. COLUMNAS DE GRAVA

3.1 Método de mejora del terreno con columnas de grava

La existencia de suelos blandos y la necesidad de construir una estructura sobre ellos es lo que conduce a la decisión de utilizar columnas de grava como técnica de mejora del terreno. El uso de las columnas de grava en suelos blandos, como arcillas o arenas limosas, es un procedimiento muy utilizado para reforzar este tipo de terrenos con características mecánicas más débiles. Estas columnas permiten la homogeneización y disminución del asiento bajo una obra con sobrecarga repartida, por ejemplo, un terraplén.

El uso de esta técnica para mejorar las propiedades de suelos blandos se empezó a desarrollar por Keller a finales de los años 50 en Alemania.

Cuando se trata de suelos finos, la cohesión del terreno impide que las partículas se reordenen en configuraciones más densas a excepción de los puntos donde se aplica el tratamiento. Por lo tanto, no se obtiene una mejora alguna fuera de los puntos de aplicación. La técnica de las columnas de grava nace como una mejora de la vibrocompactación para suelos de permeabilidad reducida, ya que cuando los suelos contienen más de 18% de finos, este procedimiento no genera buenos resultados (*Ilustración 6*).

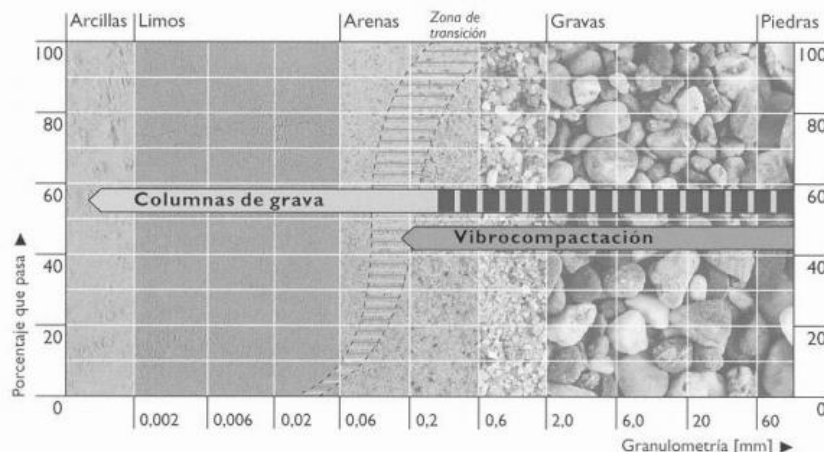


Ilustración 6. Rango de validez de columnas de grava vs. compactación (Pérez)

Al rellenar el hueco de grava, el suelo se compacta y la columna ejerce una presión radial sobre el suelo que lo rodea. Esto produce una densificación y un aumento de las presiones intersticiales. A pesar de la similitud entre ambas técnicas, el resultado es muy distinto puesto que la columna de grava funciona como una inclusión.

Esta técnica se empleará cuando los parámetros a mejorar sean los mismos que las mejoras que éstas aportan y cuando sea el tratamiento de menor coste (Alonso, 2014).

Existen suelos muy blandos en los cuales el uso de columnas de grava no debería ser posible ya que el confinamiento lateral no es el adecuado, generando inestabilidad y problemas en la forma geométrica. El valor límite de la resistencia al corte sin drenaje del terreno (C_u) debe moverse alrededor de 5-15 kPa (Castro et al., 2016). Una de las soluciones que se puede adoptar en estos casos es rodear las columnas con geotextiles para mejorar el confinamiento lateral.

3.2 Propiedades e instalación de columnas de grava

Para la ejecución de las columnas de grava con técnicas vibratorias se debe tener en cuenta si se realiza por vía seca o por vía húmeda. En el primer caso se usarían vibradores especiales para la metodología del vibrodesplazamiento, y para el segundo caso se usaría para la metodología de la vibrosustitución. En la *Tabla 1* se describen los distintos métodos.

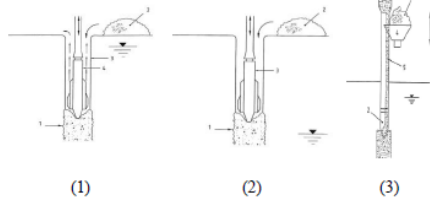
MÉTODO	DESCRIPCIÓN	ESQUEMA GRÁFICO
Vía húmeda alimentación superior (vibrosustitución) (1)	Chorros de agua facilitan la penetración del vibrador. Éste se mantiene en el terreno y se vierte la grava desde la superficie.	
Vía seca alimentación superior (vibrodesplazamiento) (2)	Mediante aire comprimido se facilita la penetración del vibrador. Se retira el vibrador del terreno y se vierte la grava desde la superficie.	
Vía seca alimentación por fondo (vibrodesplazamiento) (3)	Igual que el anterior, pero sin retirar el vibrador, se introduce la grava por un tubo fijado al vibrador.	

Tabla 1. Métodos vibratorios para la instalación de columnas de grava (Alonso, 2014)

También existen técnicas de pilotaje por sustitución o desplazamiento, en los que se compacta la grava por golpeo aunque también se puede introducir el tubo mediante vibrohincador y compactar la grava posteriormente por vibración.

Cuando las columnas ya se han ejecutado, se regulariza la base de apoyo mediante una capa de gravas compactadas de espesor entre 0.3 y 0.5m. Esto ayudará a tener un apoyo homogéneo para las estructuras, repartir mejor las cargas y facilitar la evacuación de agua (Alonso, 2014).

La posición de las columnas en el terreno tiene una ligera influencia, tal y como muestra la siguiente figura (*Ilustración 7a*), si se mantiene el área de sustitución.

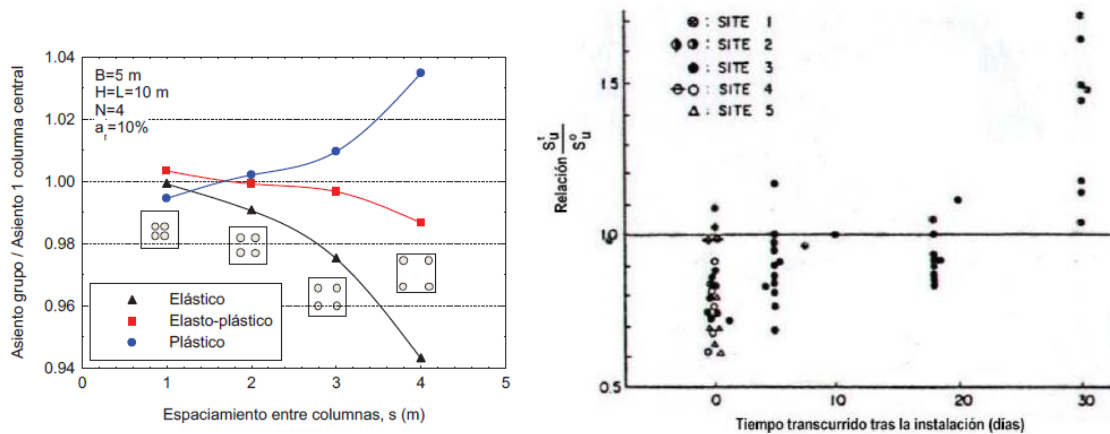


Ilustración 7. a) Variación del asiento con la posición de las columnas. b) Evolución de la resistencia al corte sin drenaje tras la instalación de las columnas (Castro et. al., 2016).

A la hora de introducir las columnas en el terreno natural, se produce un desplazamiento del mismo. El exceso de presión intersticial es el problema más claro que genera la instalación de las columnas. La consecuencia que provoca es una disminución de la resistencia al corte del terreno pero que se recupera a raíz de la disipación rápida en el tiempo de las presiones intersticiales y un aumento de la presión media. También se produce un aumento de las tensiones horizontales que se convierte en un incremento del módulo elástico del terreno.

No obstante, estos efectos que causa la instalación de las columnas y modifica alguna de las características del terreno son menos importantes que la consecuente mejora que produce la inclusión de grava en las columnas.

Las mejoras que produce el tratamiento son:

- Aumento de la capacidad portante. Se produce un aumento en la resistencia media del conjunto ya que hay un refuerzo del terreno causado por la resistencia al corte de las columnas, la cual es mayor que la del terreno. Asimismo, se produce una densificación del terreno debido al vibrador, el cual causa un efecto positivo en las propiedades del terreno.
- Reducción de asientos. La grava tiene un mayor módulo de Young, lo que genera que las tensiones se concentren en torno a las columnas, de manera que la tensión nominal del terreno se reduce y provoca la disminución de los asientos en el terreno circundante.


- Aceleración de la consolidación. La permeabilidad de la grava es elevada y permite que haya un flujo de agua a través de ella, es decir, las columnas actúan como drenes verticales. Consecuentemente, el tiempo de consolidación de los asientos disminuye. (La permeabilidad de la grava es del orden de mil veces superior a la de la arcilla).
- Reducción del riesgo de licuefacción. La grava tiene un ángulo de rozamiento superior al de los suelos blandos, por lo que disminuye el riesgo de licuefacción del terreno que pueda verse afectado en zonas sísmicas.

Así pues, la grava de las columnas, debe ser de cantera y el tamaño de partícula debe encontrarse entre 12 y 50mm. Si la construcción de las columnas es buena, la densidad relativa de estas debe ser superior al 75% según Barkdale y Barchus (1983). El ángulo de rozamiento de la grava decrece con la presión de confinamiento y cuando esta varía, también lo hace el módulo de elasticidad. Los valores entre los cuales se sitúa el módulo elástico suelen ser de 30-100MPa. Los valores comunes usados para el peso específico se pueden mover entre 18-21 kN/m³ (Castro et. al., 2016).

3.3 Control de ejecución

Para el control de calidad del material introducido debe haber un registro continuo de los parámetros durante la construcción así como una ejecución realizada cuidadosamente por la empresa especialista. A través de la máquina con la que se ejecuta la columna se proporciona información al instante del número identificativo de la columna, el tiempo de ejecución, la velocidad de ejecución, la profundidad, la intensidad del motor eléctrico, el empuje del vibrador o la admisión de grava. Gracias a este registro se puede controlar la ejecución de las columnas obteniendo parámetros reales y permitiendo ajustar el diseño y el cálculo realizados. De esta forma se garantiza la correcta compactación de la columna. Se muestra un ejemplo del control en la *Ilustración 8*.

Por otro lado, cuando las columnas ya están construidas, se llevan a cabo ensayos externos los cuales controlan la compacidad, continuidad y profundidad de las columnas. En cimentaciones, suelen usarse ensayos de placa de carga sobre columna aislada o sobre una gran placa rígida o zapata de hormigón (EN 14731, 2005). También es posible que exista en obra instrumentación como piezómetros para comprobar el comportamiento real.

Proceso: Tiefenstahtwertfahren TRDBMD	Página: 1 / 1	
Version: V1.0.2.03	Expediente: k-07-H85-V	
MS Inv.No.: 01000000	Ciudad: 68	
Dia/hora: 24.10.2012 09:46:10	Punto: 0-3-35	
Intervalo: 2	Tipo máquina: TR 04 Nr.: 69	
Máquina.Nr: 4100300		
Kellermax		

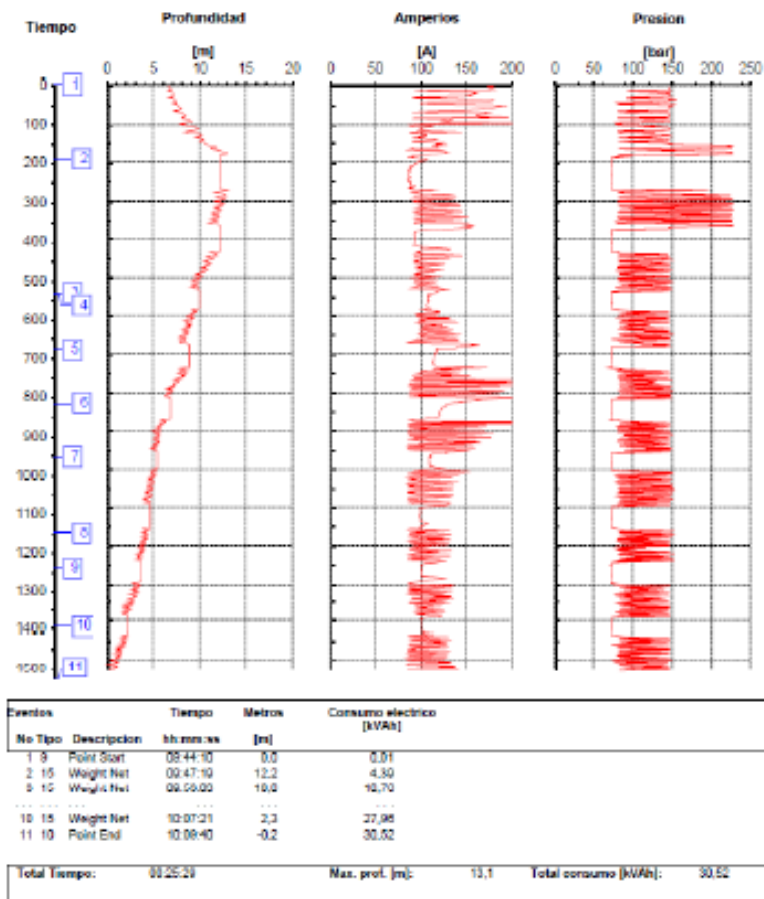
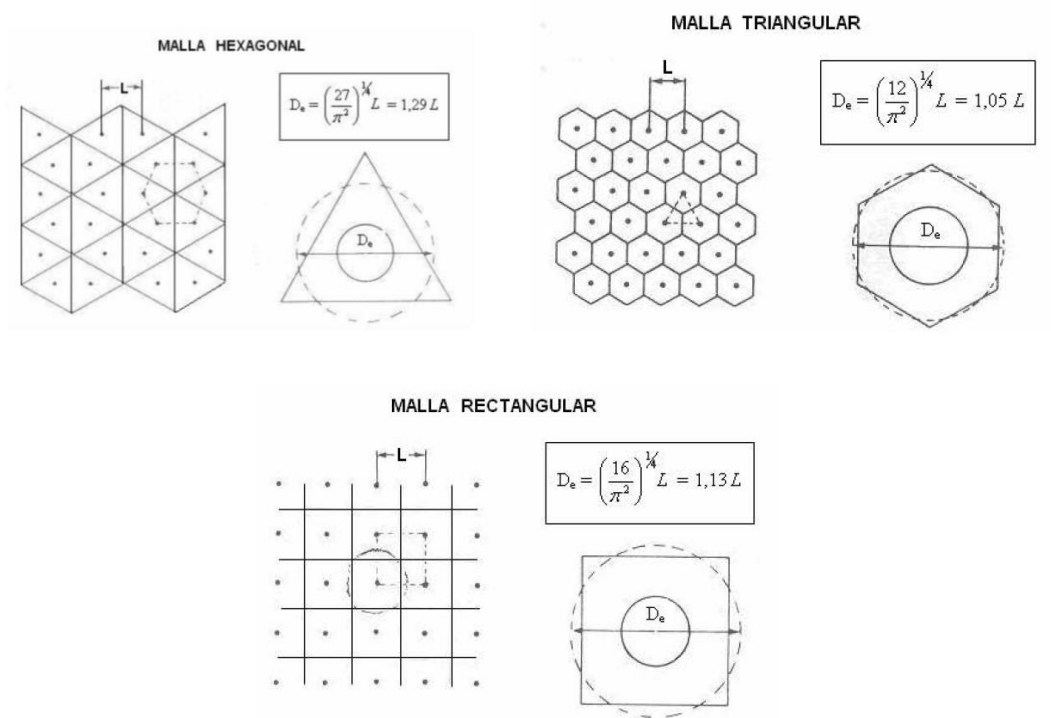


Ilustración 8. Registro continuo de parámetros (Alonso, 2014).

3.4 Diseños utilizados en las columnas de grava

Para diseñar la disposición en planta y el espaciamiento entre columnas se debe considerar la estructura que van a soportar (distribución de las cargas), del tipo de suelo y de los asientos admisibles. Los tipos de disposición en planta que existen son tres: el triangular, el rectangular o el hexagonal.



Il·lustració 9. Diferents tipus de disposició en planta.

Para nuestro caso, tal y como se explicará más adelante, se usará la malla rectangular.

Las columnas pueden llegar a medir hasta 20m y el espacio entre ejes suele ser de 1.5 a 3.5 en el caso de la disposición triangular (Carreiro, 2007). Las relaciones de A/A_c suelen tener valores de entre 3 y 8 siendo A, el área de influencia de la columna y el A_c , el área de la sección transversal de cada columna.

3.5 Método de cálculo de Priebe

El método de Priebe es uno de los métodos más antiguos y a la vez más utilizados para el cálculo de columnas de grava. Tiene dos versiones anteriores (1976 y 1978) y la última modificación es de 1995.

Las hipótesis en las que se basa este método y que se aplican en el cálculo son:

- La columna y el suelo circundante experimentan el mismo asiento.
- La columna se apoya sobre una capa rígida.
- El material de la columna es incompresible.
- La densidad, tanto de la columna como del suelo, se consideran nulas.
- El material que rodea la columna se comporta elásticamente.

- El suelo natural es elástico, con una distribución de presiones hidrostática en profundidad, por lo que el coeficiente de empuje al reposo $K_0=1$.

Heiz J. Priebe en 1995 redactó un artículo sobre el diseño de la vibrosustitución, donde remarca que este método no es adecuado para fines de diseño ya que su rendimiento no puede ser determinado por sondeos. No obstante, se puede evaluar la fiabilidad de este método de forma teórica, estudiando por separado los diferentes parámetros significativos.

La vibrocompactación mejora la calidad del suelo, pero lo que Priebe se cuestiona es hasta qué punto mejora la densidad del suelo compactado, ya que para comprobarlo, los parámetros del suelo son difíciles de determinar y a la vez influye el procedimiento adoptado y el equipo suministrado. Sin embargo, es más sencillo realizar sondeos para ver si se ha logrado una mejora.

En cambio, con la vibrosustitución, se puede llegar a la conclusión de la mejora del terreno al colocar columnas de grava sin ninguna densificación del suelo existente entre estas. Esto ocurre porque la geometría del trazado y el material del relleno son bastante buenos. En este caso, las propiedades del suelo, el equipo y el procedimiento influyen indirectamente.

El método de diseño considera que el suelo donde se insertan las columnas de grava permanece inalterado con respecto al del estado inicial. Además, hay un factor que se establece por el cual las columnas de piedra mejoran el rendimiento del suelo en comparación con el estado inicial (sin columnas).

En muchas ocasiones, la vibrosustitución es complementada con la vibrocompactación aplicando así un efecto densificante.

3.5.1 Definición de parámetros principales

Los parámetros usados en el método de cálculo de Priebe son:

- Área de la celda unidad, A .
- Área de la sección transversal de una columna, A_c .
- Coeficiente de Poisson, μ_s : parámetro característico de un material y que expresa la relación entre las deformaciones longitudinales en sentido perpendicular y en paralelo de la fuerza aplicada sobre el material.
- Ángulo de fricción de la columna, φ_c : es el ángulo de rozamiento interno del material y deriva del criterio de fallo de Mohr-Coulomb. Describe la resistencia al corte de los suelos junto con la tensión efectiva normal.
- Cohesión, c : se trata de la atracción entre partículas que surge por las fuerzas moleculares y las partículas de agua.
- Coeficiente de empuje, K : es definido como la relación entre los esfuerzos horizontales efectivos, σ'_h , y los esfuerzos verticales efectivos, σ'_v . Existe en tres estados: activo, pasivo y al reposo:

- Coeficiente de empuje al reposo, K_0 : es el que se obtiene cuando el suelo está en su estado natural. Para suelos normalmente consolidados (NC) se obtiene a partir de la fórmula de Jaky (1948):

$$K_0 = 1 - \sin \varphi'$$

Para suelos sobre consolidados (SC) se obtiene con la ecuación de Mayne & Kulhawy (1982):

$$K_{0(OC)} = K_{0(NC)} * OCR^{\sin \varphi'}$$

Donde OCR es el ratio de sobre consolidación (Over Consolidation Ratio) y es la relación entre el esfuerzo de pre consolidación de un suelo obtenido a partir de un ensayo de consolidación y el esfuerzo actual en el suelo. El OCR para un suelo normalmente consolidado es igual a 1, para un suelo sobre consolidado es mayor que 1.

- Coeficiente de empuje activo, K_a : el empuje activo se produce cuando la estructura de contención se desplaza hacia el exterior y el terreno se descomprime. Simplificando para nuestro caso, donde la inclinación del talud es nula respecto a la horizontal, el coeficiente se calcula a partir de la teoría de Rankine (1857) como:

$$K_a = \tan^2(45 - \varphi/2)$$

- Coeficiente de empuje pasivo, K_p : el empuje pasivo se produce cuando la estructura de contención se desplaza hacia el interior y el terreno se comprime. Simplificando para nuestro caso, donde la inclinación del talud es nula respecto a la horizontal, el coeficiente se calcula a partir de la teoría de Rankine (1857) como:

$$K_p = \tan^2(45 + \varphi/2)$$

3.5.2 Factor Básico de Mejora

La simplificación de un caso definido con un área de carga ilimitada en una cuadrícula de columnas ilimitada, permite definir una unidad de área A con una sola columna de sección transversal A_c y la sección atribuible al suelo circundante.

Las condiciones idealizadas aplicadas son:

- Capa rígida debajo de la columna
- El material de la columna es incompresible

- La densidad de la columna y del suelo son nulas.

Además, para estas condiciones se debe asumir que el material de la columna puede producir un esfuerzo de cizalla desde el principio, mientras que el suelo circundante reacciona de manera elástica. Se supone también que el suelo está desplazado durante la instalación de la columna y que el coeficiente de empuje al reposo $K_0 = 1$. El resultado de la evaluación se expresa como factor básico de mejora n_0 , siendo la relación entre el asiento producido con columnas y sin ellas (Priebe, 1995).

$$n_0 = 1 + \frac{A_c}{A} * \left[\frac{\frac{1}{2} + f(\mu_s, A_c/A)}{K_{ac} * f(\mu_s, A_c/A)} - 1 \right]$$

$$f(\mu_s, A_c/A) = \frac{(1 - \mu_s) * (1 - A_c/A)}{1 - 2\mu_s + A_c/A}$$

$$K_{ac} = \tan^2 \left(45^\circ - \varphi_c/2 \right)$$

La relación de Poisson de $\mu_s = 1/3$ que se considera el correcto para el estado de asiento final mayoritariamente, la expresión se reduce a:

$$n_0 = 1 + \frac{A_c}{A} * \left[\frac{5 - A_c/A}{4 * K_{ac} * (1 - \frac{A_c}{A})} - 1 \right]$$

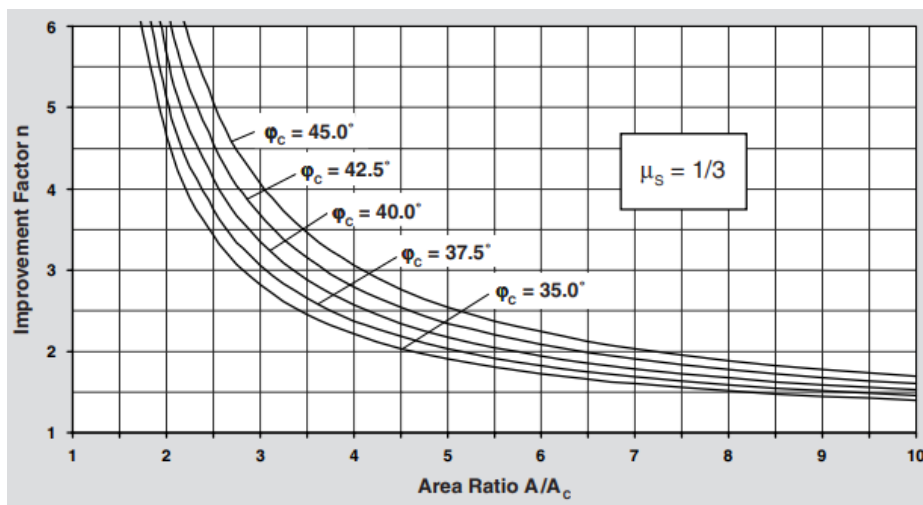


Ilustración 10. Gráfico que muestra la relación para diferentes ángulos de fricción del factor de mejora y el ratio entre áreas (Priebe, 1995).

Esta relación entre el ratio de áreas A/A_c , el ángulo de fricción de la columna y el factor básico de mejora es la que se ha aplicado en el caso práctico y se ha comparado con los resultados del ábaco de Priebe (*Ilustración 10*).

En realidad, la columna es compresible. Existe un factor de mejora reducido, n_1 , que tiene en cuenta de forma aproximada esta compresibilidad. Se obtiene de la siguiente manera:

$$n_1 = 1 + \frac{\overline{A_c}}{A} \cdot \left[\frac{1/2 + f(\mu_s, \overline{A_c}/A)}{K_{ac} \cdot f(\mu_s, \overline{A_c}/A)} - 1 \right] \quad \frac{\overline{A_c}}{A} = \frac{1}{A/A_c + \Delta(A/A_c)}$$

$$\Delta(A/A_c) = \frac{1}{(A_c/A)_1} - 1$$

El valor de A_c/A se toma como el valor positivo menor de la siguiente expresión:

$$\left(\frac{A_c}{A}\right)_1 = -\frac{4 * K_{ac} * (n_0 - 2) + 5}{2 * (4 * K_{ac} - 1)} \pm \frac{1}{2} * \sqrt{\left(\frac{4 * K_{ac} * (n_0 - 2) + 5}{4 * K_{ac} - 1}\right)^2 + \frac{16 * K_{ac} * (n_0 - 1)}{4 * K_{ac} - 1}}$$

El factor de mejora $n_0 = D_c/D_s$ es la relación entre módulos confinados de columna y suelo. El valor de la adición del ratio de área se obtiene de la siguiente figura (*Ilustración 11*):

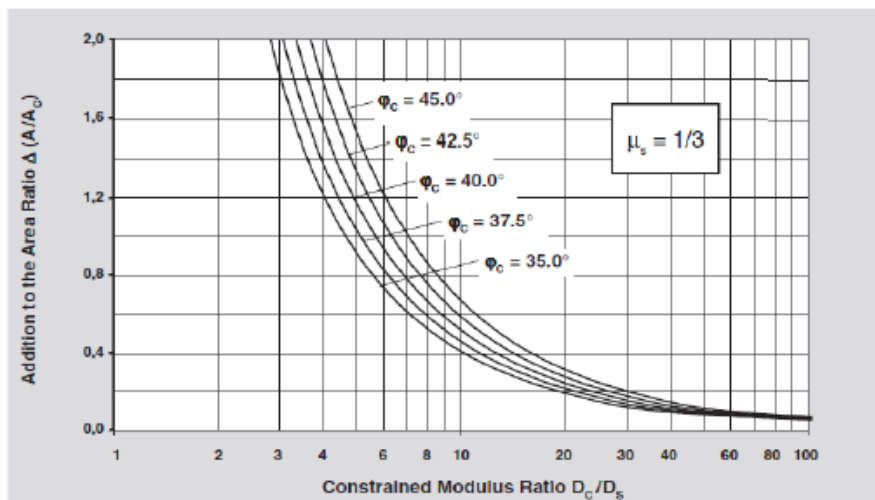


Ilustración 11. Consideración de la compresibilidad de la columna (Priebe, 1995).

En este modelo no se tiene en cuenta el peso específico de los suelos. En el caso de tenerlo en cuenta la capacidad portante del suelo aumentaría con la profundidad, por lo que el abultamiento queda limitado afectando positivamente al factor de mejora. Así pues, Priebe aplica un factor de mejora final n_2 introduciendo un factor de profundidad.

Otras consideraciones son añadidas en el artículo de Priebe a parte de la compresibilidad de la columna. También se pueden tener en cuenta y estudiar las sobrecargas, valores de cizalla para mejorar el terreno, asentamientos en zapatas, capacidad portante en zapatas y la licuefacción.

4. ANÁLISIS CON EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS (MEF)

El método de elementos finitos es un método numérico de gran importancia por su utilidad práctica. La idea general del método consiste en que dado un sólido, sometido a un sistema de cargas, se subdivide el sólido en elementos más pequeños conectados entre ellos a través de nudos. Los desplazamientos producidos en el interior de cada uno de estos elementos pueden expresarse en función de los de los nudos del elemento pudiendo así determinar la matriz de rigidez de cada elemento. Con un análisis matricial, se podrán obtener los desplazamientos en los nudos de cada elemento, y de forma aproximada, se podrán obtener las tensiones y deformaciones en el interior del elemento.

Este método se puede usar tanto en problemas bidimensionales como tridimensionales. Generalmente, cuando haya que estudiar un problema y aplicar el Método de Elementos Finitos (MEF), se conocerán las fuerzas exteriores aplicadas en alguno de sus nodos o sino, los desplazamientos. La expresión que se obtiene de este método es la siguiente:

$$\{F\} = [K] * \{u\}$$

Donde $\{F\}$ es el vector columna de fuerzas, $[K]$ es la matriz de rigidez y $\{u\}$ el vector de desplazamientos.

Este es el método que utiliza el programa PLAXIS tanto en 2D como en 3D para calcular los desplazamientos de un problema geotécnico, pudiendo obtener también las tensiones que se producen en el suelo.

A continuación, se van a describir los modelos utilizados, usados para resolver este estudio y también se explicarán las diferentes fases de cálculo utilizadas.

4.1 Modelos de materiales

En los análisis del TFG se han utilizado los modelos constitutivos, elástico-lineal y Mohr Coulomb (MC).

El modelo elástico-lineal viene representado por la Ley de Hooke de la elasticidad lineal isótropa (Manual PLAXIS, 2009). Los parámetros necesarios para su uso son el módulo de Young (E) y el coeficiente de Poisson (ν). Este modelo tiene varias limitaciones, ya que los suelos en realidad tienen un comportamiento no lineal. Su utilización no es aconsejable, pero se suele usar en capas rígidas o en análisis de deformaciones.

El modelo Mohr Coulomb (MC) es un modelo lineal elástico perfectamente plástico. Ambas partes quedan diferenciadas: por un lado la elástica lineal y por el otro, plástica perfecta.

Las deformaciones elásticas siguen la ley de Hooke y las plásticas la teoría de plasticidad de Hill donde se expresa que estas son proporcionales a la derivada de la función de fluencia f respecto a la tensión. De todas formas, esta función de fluencia de MC sobreestima las deformaciones y por eso se aplica un potencial plástico g que se trata de la ley de fluencia f modificada.

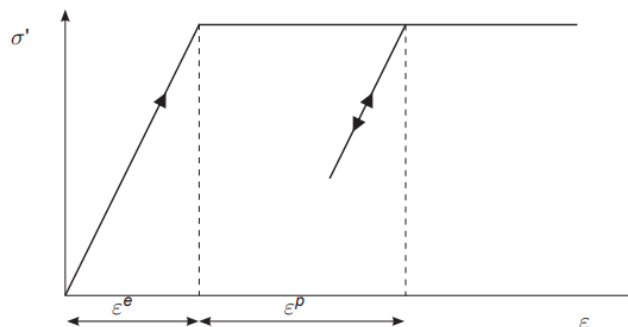
$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\varepsilon}}^e + \underline{\underline{\varepsilon}}^p$$

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}} = \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^e + \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^p$$

$$\dot{\underline{\underline{\sigma}}} = \underline{\underline{D}}^e \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^e = \underline{\underline{D}}^e (\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}} - \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^p)$$

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^p = \lambda \frac{\partial g}{\partial \underline{\underline{\sigma}}'}$$

$$\begin{array}{llll}
 \lambda = 0 & \text{for:} & f < 0 & \text{or:} & \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \underline{\underline{D}}^e \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}} \leq 0 & \text{(Elasticity)} \\
 \lambda > 0 & \text{for:} & f = 0 & \text{and:} & \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \underline{\underline{D}}^e \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}} > 0 & \text{(Plasticity)}
 \end{array}$$



Il·lustració 12 Gràfic que representa un model elàstic perfectament plàstic.

Los parámetros necesarios para el uso del criterio de Mohr Coulomb se pueden obtener de los ensayos básicos realizados a cualquier muestra de suelo como son el módulo de Young (E), el coeficiente de Poisson (ν), la cohesión (c) y el ángulo de fricción (φ).

Este modelo representa una aproximación de primer orden del comportamiento que tiene el suelo. Para cada capa se estima una rigidez constante o una que aumente linealmente con la profundidad. Es por esta razón, que los cálculos suelen ser relativamente rápidos y se obtiene una primera estimación de las deformaciones. Es un método muy simplificado y que ofrece unas buenas aproximaciones iniciales sobre el comportamiento del suelo.

4.2 Fases de cálculo

Las fases de cálculo utilizadas en el análisis con PLAXIS son las que se explican a continuación:

- *Initial phase*: es la fase inicial en la que solo se encuentran el suelo con sus propiedades (ángulo de rozamiento ϕ y el ratio de consolidación OCR) sin aplicar ninguna carga, sin ninguna estructura y sin ejecutar ningún agujero en el terreno. Para calcular K_0 y respectivamente las tensiones horizontales en el caso de Mohr Coulomb se usa la expresión de Jaky:

$$K_0 = 1 - \sin \phi$$

$$K_{0x} = \frac{\sigma'_{xx}}{\sigma'_{zz}}$$

$$K_{0y} = \frac{\sigma'_{yy}}{\sigma'_{zz}}$$

- *Plastic*: se calculan las deformaciones y las tensiones sin que afecten las variaciones de la presión intersticial que se puede originar en el tiempo. Cuando se aplica en condiciones no drenadas implica la colocación instantánea de cargas con un comportamiento no drenado.

5. ANTECEDENTES DEL ANÁLISIS DE COLUMNAS DE GRAVA

Como ya se ha comentado anteriormente, una de las soluciones para resolver problemas de estabilidad de taludes sobre suelos blandos es el uso de columnas de gravas. Son introducidas en el terreno a través de una aguja vibradora, la cual a medida que es retirada hacia el exterior, se rellena ese espacio con gravas. Al mismo tiempo, con la vibración se consigue una densificación del suelo blando y de las gravas. Gracias a este procedimiento se produce un refuerzo en el terreno y una mejora de las propiedades mecánicas del suelo.

Los métodos de rotura son más complicados de estudiar ya que ahora existen estas columnas, que se pueden romper por pandeo, deslizamiento, rotación, tensión de cizalla o por una combinación de estas.

En este capítulo se describirán los diferentes modelos de análisis de columnas de grava, y en concretos, los métodos descritos por Zhang et al. (2013) y Castro et al. (2017). Estos métodos son: el método de un muro de columnas y el método de área equivalente entre otros (basados en propiedades o basados en geometría). Además se explicaran el diseño y propiedades del caso que se va a modelar.

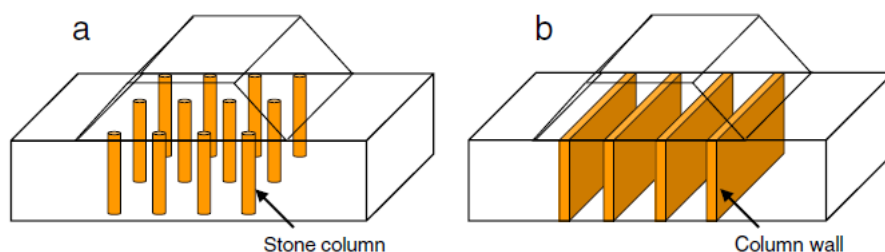


Ilustración 13. Esquema de refuerzo del terreno (a) de columnas individuales; (b) de muros de columnas (Zhang et al., 2013)

5.1 Modelos para columnas

Un modelo de columnas de grava es una tarea compleja de llevar a cabo y por ello es necesario profundizar en los diferentes modelos que se pueden adaptar para su análisis.

La simplificación del modelo se realiza con el uso de diferentes técnicas:

- celda unidad
- zanjas de columnas longitudinales
- anillos de columnas

- terreno homogéneo equivalente
- modelo tridimensional de una rebanada de columnas
- modelo tridimensional total
- modelos específicos para grupos de columnas bajo zapatas.

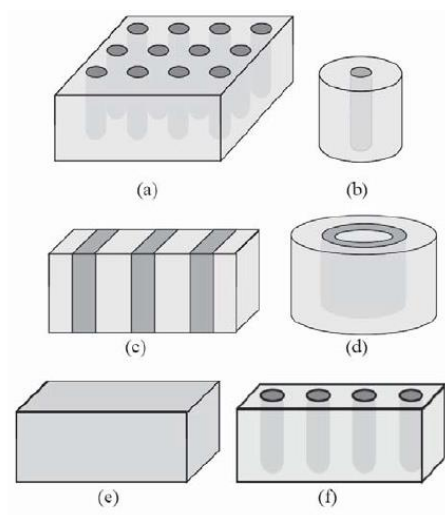


Ilustración 14. Principales modelos para el estudio de columnas de grava (Castro et. al., 2016). (a) Modelo tridimensional completo. (b) Celda unidad. (c) Zanjas de columnas longitudinales. (d) Anillos de columnas. (e) Terreno equivalente

MÉTODO	ASIENTO FINAL	CONSOLIDACIÓN	ESTABILIDAD
Celda unidad	***	***	
Zanjas Longitudinales	**	**	**
Terreno Homogéneo Mejorado	**	*	*
Rebanada 3D de columnas	***	***	***

Tabla 2. Aspectos donde los distintos métodos son buenos en la mejora mediante columnas de grava en la cimentación de un terraplén (Castro et al., 2016)

5.1.1 Celda Unidad

La celda unidad es un modelo usado sobretodo en estudios teóricos en los cuales existen varias columnas distribuidas uniformemente y con una carga aplicada homogénea. Es el caso de la parte central de un terraplén, donde la carga aplicada sobre las columnas es uniforme e idéntica y por tanto se puede simplificar estudiando únicamente una columna con el área tributaria correspondiente.

El mallado que se genera en este caso suele ser uniforme y de forma triangular o cuadrada, por lo tanto, el área tributaria que se genera alrededor suele ser un hexágono o un cuadrado. Esta área debe de ser transformada en un cilindro de misma sección. Para calcular el diámetro de dicha celda unidad se aplica: $d_e = 1.05 - 1.13 \cdot s$ (la primera para mallas angulares y la segunda para triangulares, y “s” es la separación entre ejes). De esta forma, se puede calcular un modelo de celda unidad con simetría axial.

Para el estudio de diferentes soluciones analíticas se ha utilizado este método, como por ejemplo, Priebe (1995). Estas soluciones se estudiaron despreciando las tensiones tangenciales, simplificando un poco más el problema y analizando las rebanadas horizontales de forma independiente.

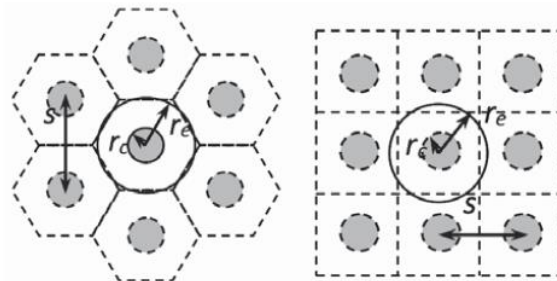


Ilustración 15. Celda unidad simplificada a una simetría axial (Castro et al., 2016).

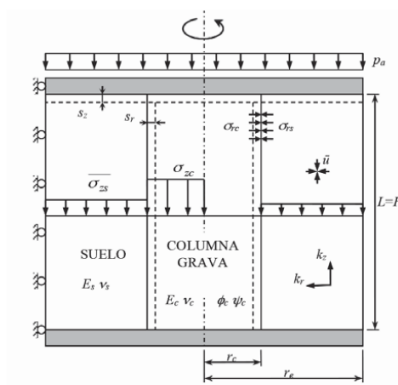
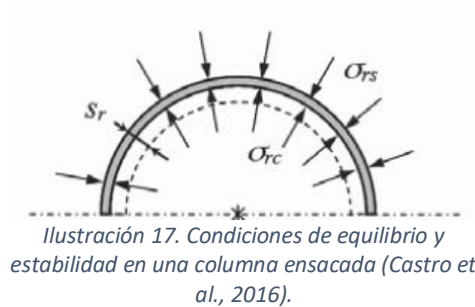


Ilustración 16. Esquema celda unidad para soluciones analíticas (Castro et al., 2016).

En el caso de columnas de grava ensacadas hay que aplicar unas condiciones de equilibrio y compatibilidad a partir de las siguientes ecuaciones. De esta forma, se tiene en cuenta el geotextil que se encuentra en el contacto entre la columna y el suelo blando.



$$\sigma_{rc} = \frac{T_g}{r_c} + \sigma_{rs}$$

$$T_g = J_g * \frac{s_r}{r_c}$$

Donde s_r es el desplazamiento radial de la columna y del revestimiento, J_g (F/L) es la rigidez circunferencial del revestimiento y T_g (F/L) es la fuerza circunferencial soportada.

También se usa este tipo de método para analizar columnas flotantes, es decir, aquellas columnas que no atraviesan totalmente el estrato blando. Para ello, hay que añadir el asiento debido a la deformación de la capa inferior no mejorada por columnas y los desplazamientos debidos al punzonamiento de las columnas en el estrato inferior (Castro et al., 2016).

En definitiva, este modelo permite calcular el asiento en el centro de un terraplén y como este evoluciona a lo largo del tiempo. Sin embargo, no es un modelo que permita estudiar la estabilidad.

5.1.2 Zanjas longitudinales

Para poder estudiar los problemas de deformación plana que se producen, por ejemplo, en cimentaciones de terraplenes de una infraestructura lineal, es muy útil transformar el problema en una zanja longitudinal equivalente. Es necesario recalculer algunos parámetros como la anchura, la separación entre zanjas o la permeabilidad de terreno natural para ver cuál es el más adecuado para determinar la transformación equivalente.

Van Impe y De Beer (1983) proponen una solución analítica al cálculo del asiento final manteniendo las propiedades del suelo y de la columna y modificar cada fila de columnas en una zanja longitudinal equivalente con la misma sección.

$$a_r = \frac{A_c}{A_e}$$

Donde a_r es el porcentaje de terreno blando sustituido por las columnas.

El inconveniente de este método es que el ancho de las zanjas es pequeño y la altura muy esbelta. Para mejorar el primer aspecto, se puede modificar el ancho de las zanjas por un valor igual al diámetro de las columnas. Para la mejora de la altura, se deben calibrar los parámetros de las zanjas con modelos de celda unidad (Castro y Sagaseta, 2010). Sin embargo, hay que tener en cuenta que cada caso es distinto, y la calibración debe de ser específica para cada uno de ellos (Weber et al., 2009).

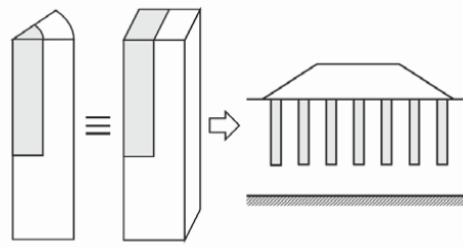


Ilustración 18. Calibración de los parámetros utilizando el modelo de celda unidad para zanjas longitudinales (Castro et al., 2016).

Para calcular la consolidación en este caso, es necesario el ajuste del coeficiente de la permeabilidad horizontal del suelo, K_h .

Por otro lado, para analizar la estabilidad se debe mantener la resistencia al corte en la transformación del nuevo modelo. Con un método tenso-deformacional se modifica la concentración de tensión en la columna y, de este modo, considerando el mismo factor de sustitución (a_r) y las mismas propiedades del suelo y de las gravas se consiguen unos resultados de estabilidad al deslizamiento válidos (Zhang et al. 2013).

En este caso, una de las propiedades más complicadas de estudiar es la concentración de tensiones. Estas dependen de las condiciones de drenaje, de la profundidad y de la inclinación de la superficie de deslizamiento, de la posición de las columnas en el talud y de la carga aplicada

(Castro et al., 2016). No obstante, hay estudios como el de Zhang et al. (2013) donde se afirma que en situaciones próximas a la rotura, la concentración de tensiones es nula.

Zhang et al. (2013) diferencia entre dos métodos. En primer lugar, el llamado Método 1, en el que se mantiene la geometría de las columnas pero se ponderan las propiedades de esta:

$$E_w = E_c * a_r + E_s * (1 - a_r)$$

$$c_w = c_s * (1 - a_s)$$

$$\phi_w = \arctan(a_r \tan \phi_c + (1 - a_r) \tan \phi_s)$$

Donde, E_w , E_c , E_s son los módulos elásticos del muro de columnas, de las columnas individuales y de los suelos blandos, respectivamente; c_w y c_s son la cohesión del muro de columnas y del suelo blando, respectivamente; ϕ_w , ϕ_c y ϕ_s son los ángulos de fricción del muro de columnas, de las columnas individuales y del suelo blando, respectivamente.

Por otro lado, se estudia también el Método 2, el cual, de manera contraria al método anterior, se mantienen las propiedades de la estructura de refuerzo iguales que las de las columnas individuales y se ponderan sus dimensiones.

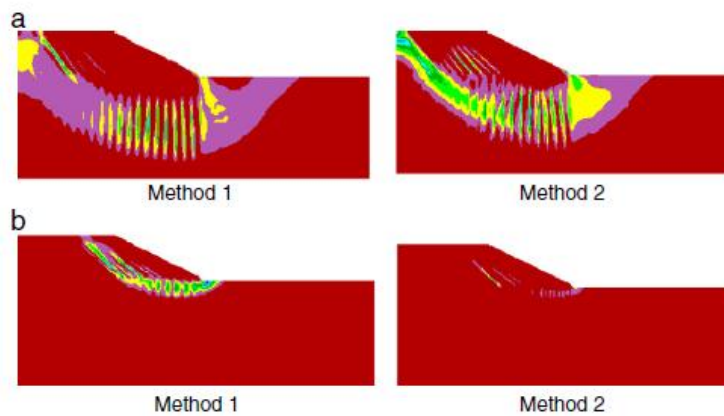


Ilustración 19. Resultados obtenidos de los mecanismos de rotura por Zhang et al. (2013) en 2D del método 1 y 2 a corto plazo (a) y a largo plazo (b).

5.1.3 Anillos de columnas

En este caso, la transformación de columnas que se produce es la misma que en zanjas longitudinales, solo que se aplica en problemas donde se produce una simetría axial. El concepto consiste en mantener el área de sustitución y modificar cada grupo de columnas en un anillo de forma equivalente. El único aspecto en el que se diferencia con respecto a las zanjas longitudinales es que en este caso, el confinamiento lateral es equivalente.

El método de anillos de columnas y el de zanjas longitudinales no es aplicable para casos de columnas ensacadas.

5.1.4 Terreno homogéneo mejorado

En múltiples casos la dificultad del estudio de un terreno con columnas por ejemplo, por su geometría, hace que sea más factible simplificar el problema creando un terreno homogéneo equivalente mejorado con características y propiedades equivalentes. La simplificación de este modelo consiste en modificar los parámetros como una media ponderada con respecto al área de sustitución de los parámetros del suelo y de la columna.

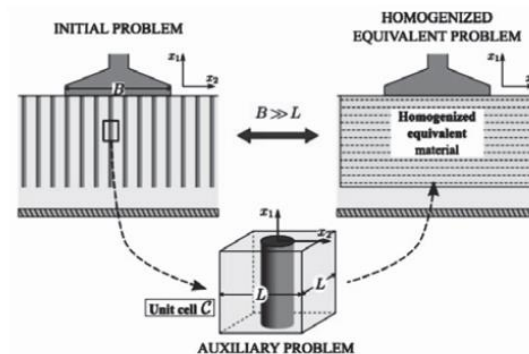


Ilustración 20. Homogeneización del terreno (Gueguin et al., 2015).

Para reproducir los parámetros a la hora de la calibración y obtener un terreno mejorado equivalente, se puede hacer con las presiones intersticiales en el exterior de la zona tratada y con el asiento generado a lo largo del tiempo.

Es necesario remarcar que no es un buen modelo para obtener la consolidación y la estabilidad, aunque se consiguen mejores resultados en cuanto al asiento final.

Comparando este método con el de zanjas longitudinales (muro de columnas), el método que representa mejor la realidad es el segundo. Un claro ejemplo sería en el caso de querer estudiar cómo se distribuyen los esfuerzos en las columnas y en el suelo y como rompen. Sin embargo, el método de área equivalente es un método mucho más simple y más fácil de modelar y por ello es el más usado actualmente. Requiere menor tiempo de creación del modelo y sobretodo es más útil cuando se trata de un caso con muchas columnas instaladas. No obstante, en este método no se diferencian claramente el efecto que producen las propiedades de las columnas y lo que estas producen en el suelo.

5.1.5 Modelo tridimensional de una rebanada de columnas

Es el modelo más adecuado para analizar asientos finales, estabilidad y consolidación de una manera precisa. Se trata de un método sencillo el cual no necesita transformaciones, simplemente se estudia una única rebanada de columnas a partir de programas desarrollados para este tipo de cálculos utilizando métodos numéricos. Es un método que permite calcular también casos con columnas ensacadas.

Además, se trata del método usado en el caso tridimensional de este trabajo. En una malla cuadrada, se puede analizar únicamente una mitad de la rebanada de columnas gracias a las condiciones de simetría del problema. En cambio, si se tratara de una malla triangular, sería necesario analizar dos mitades de rebanadas de columnas.

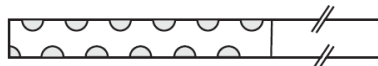


Ilustración 21. Dos filas a estudiar del caso de malla triangular (Castro et al., 2016).

6. CASO DE ESTUDIO

Estudios realizados con anterioridad han desarrollado el modelo 2D y 3D adecuado para los diferentes métodos. En este Trabajo de Final de Grado, inicialmente se centrarán los análisis en el modelo 3D, el cual es mucho más parecido a la realidad y se dispone de nuevas versiones mejoradas del programa PLAXIS para poder estudiarlo.

Tal y como se comenta en el apartado 1.3 de este trabajo, la idea inicial era crear un modelo 3D, la cual es la herramienta ideal para este caso. No obstante, se decide con el fin de ahorrar tiempo simplificar el modelo. Es por esta razón que se ha creado un modelo bidimensional axisimétrico utilizando PLAXIS 2D. Utilizando el modelo de una celda unidad, se simula de la misma forma el comportamiento que se obtendría con un modelo 3D.

6.1 Caso 3D

Para estudiar el caso tridimensional se va a diseñar un modelo donde se le aplicaran unas deformaciones volumétricas para observar como varían las tensiones producidas por la ejecución de las columnas y obtener el coeficiente de empuje activo que se obtiene una vez se introducen en el terreno.

El análisis se podría evaluar de dos maneras:

- 1) Simular la generación de volumen que produce la columna (elemento rígido), con lo que se generan unas tensiones que provocan una deformación de volumen con una consiguiente deformación tensional el cual debe ser el que genera el coeficiente de empuje activo K_{ac} .
- 2) Simular con la aplicación de tensiones un estado tensional con el que se alcance K_{ac} .

Aun así, suponer la segunda hipótesis complica mucho el problema y para un modelo 3D no tiene sentido aplicarlo. Así que se aplicará la primera.

6.1.1 Diseño y propiedades

Según las condiciones expuestas en la sección 3.5.2 donde se expone el método de Priebe (1995), se deben asumir las siguientes hipótesis:

- 1) La columna se basa sobre una capa rígida. En este estudio solo se analizará el caso del método de columnas en condiciones no drenadas y con un nivel freático de $Z=-$

10m, ya que no se tendrá en cuenta el estrato de arena que se encuentra debajo de la arcilla y se considerará como si hubiera un estrato rígido.

- 2) El material de la columna es incompresible. Es por esta razón por la que se han usado módulos de Young muy elevados. En este caso, el módulo de la columna tiene un valor de $E=4 \cdot 10^9$ MPa.
- 3) Las densidades de la columna y del suelo son nulas.
- 4) Además, también se asume que el coeficiente de empuje $K=1$ cuando se produce la ejecución de la columna para reflejar que la resistencia inicial de la columna corresponda al estado líquido.

El terreno estudiado consiste en una capa de 2m de arena, 10m de arcilla blanda, donde se sitúan las columnas por encima de las cuales hay un terraplén de 5m de altura y pendiente 1V:2H. Las columnas tienen un diámetro de 0.5m, y el espaciado es de 0.5m. En el dibujo siguiente se refleja esquemáticamente las dimensiones del caso a estudiar.

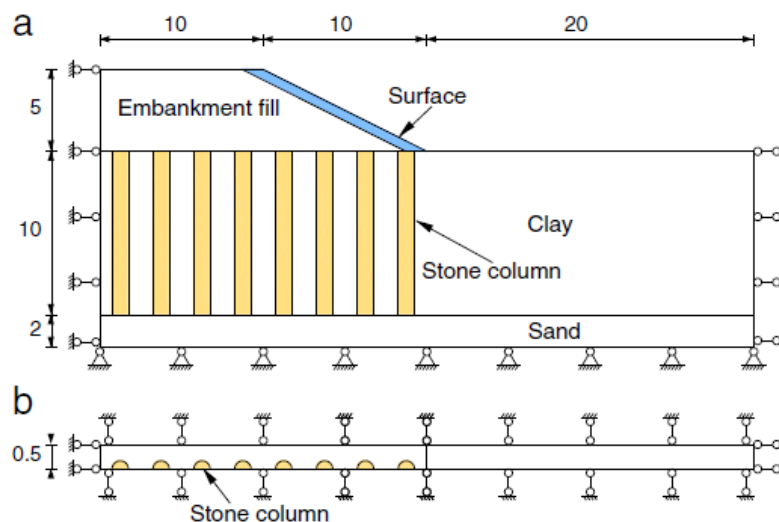


Ilustración 22. Esquema del modelo 3D (a) sección transversal; (b) planta (Unidades en m) (Zhang et al., 2013).

Inicialmente, la mitad del terraplén es modelado debido a la simetría de la sección transversal y la repetición del intervalo de columnas. Sin embargo, cuando se crea el modelo y se observan los desplazamientos producidos, se aprecia que el dominio dibujado no es suficiente para mostrarlos. Es por esta razón por la que el dominio del eje horizontal se amplía 20m más, es decir $x_{\min} = -10\text{m}$ y $x_{\max} = 20\text{m}$. El límite inferior está fijado en todas las direcciones, todos los desplazamientos son nulos a excepción del vertical, que es libre. El terraplén y las columnas son considerados como un modelo linealmente elástico-perfectamente plástico con comportamiento de rotura de Mohr-Coulomb. El nivel freático en la cota $Z=-10$ para simplificar el modelo y no tener en cuenta la influencia del agua.

De esta manera, se han considerado as hipótesis de Priebe (1995) y así es como se han considerado los valores de las propiedades de las columnas de grava, de la arcilla y del terraplén para el modelo:

Material	Modelo	D(m)	$\gamma(\text{kN/m}^3)$	E(MPa)	ν	c(kPa)	$\phi(^{\circ})$
Terraplén	Mohr Coulomb	N/A	18	30	0.3	10	32
Arcilla	Elástico- Lineal	N/A	0	10^4	0.33	0	20
Columna de grava	Mohr Coulomb	0.5	0	$4 \cdot 10^9$	0.3	0	35

Tabla 3. Propiedades de los materiales.

Cabe destacar, que en el ángulo de fricción de la columna de grava se ha ido modificando desde un valor de 35° hasta 45° , y el terreno arcilloso se comporta de manera elástica, ya que así se pueden obtener resultados para compararlos con el análisis de Priebe (1995).

Una vez creada la geometría del dibujo, fijando los contornos y asociando los materiales correspondientes a cada zona y creando la malla, el siguiente paso es crear las fases de cálculo:

- 1) Primero de todo, en la fase inicial se encuentra simplemente el terreno de arcilla (Initial_Phase), haciendo rígida la capa inferior tal y como indican las hipótesis de Priebe (1995).
- 2) A continuación, se genera un aumento de volumen en las columnas del 50% en el eje x y 50% en el eje y (Phase_1) simulando el efecto de la ejecución de estas.
- 3) Seguidamente se cambia el material de arcilla por el material de las columnas de grava (Phase_2).

6.1.2 Resultados obtenidos en Plaxis 3D

En la *Ilustración 24* se muestra el modelo creado, primero el terreno arcilloso (Fase 1 y 2) y luego las columnas de grava (Fase 3).

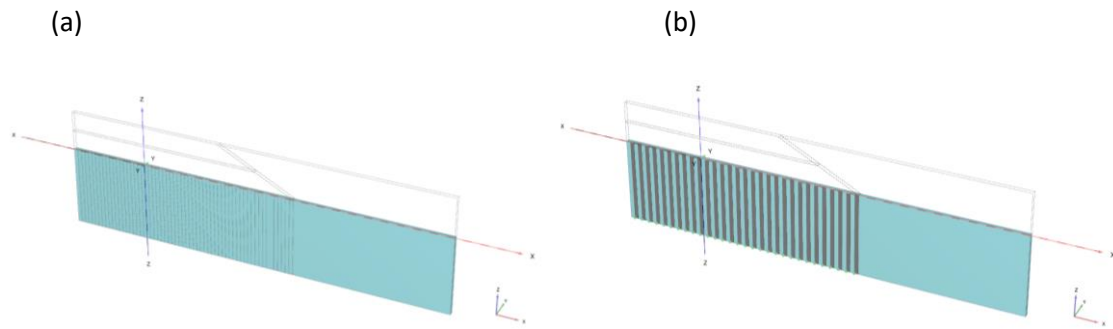


Ilustración 23. Modelo en 3D: (a) terreno arcilloso (b) columnas de grava introducidas en el terreno.

Una vez calculadas todas las fases del modelo, en la Ilustración 25 se muestran las deformaciones volumétricas que se han obtenido.

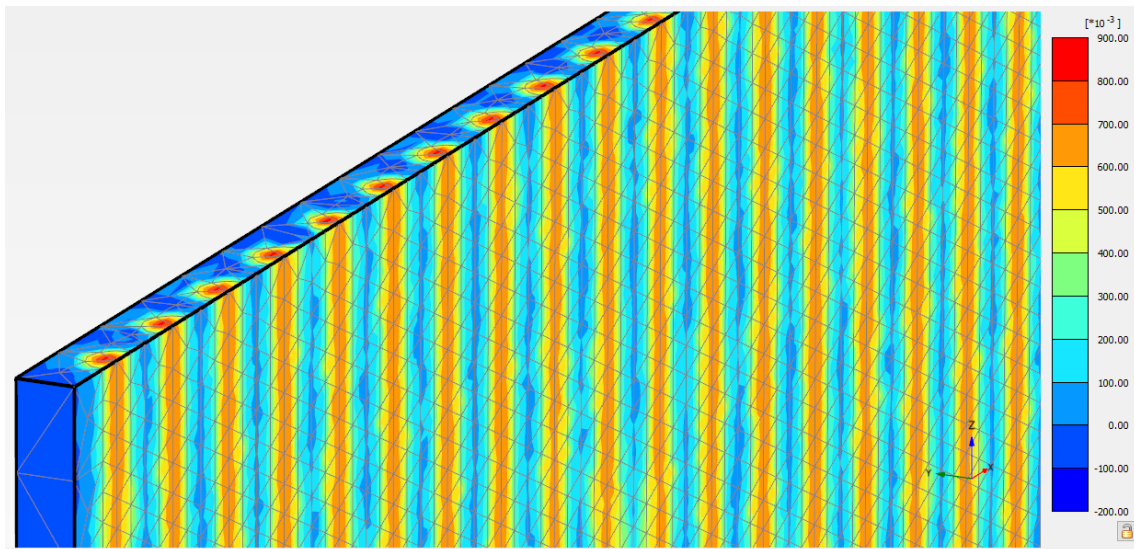
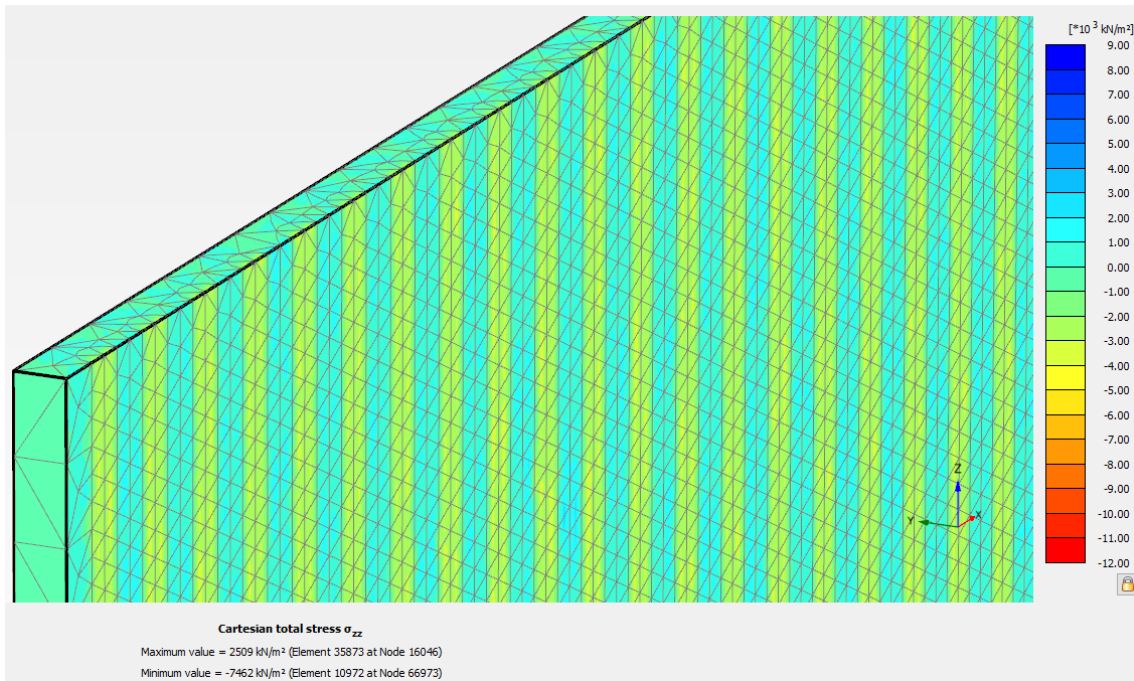
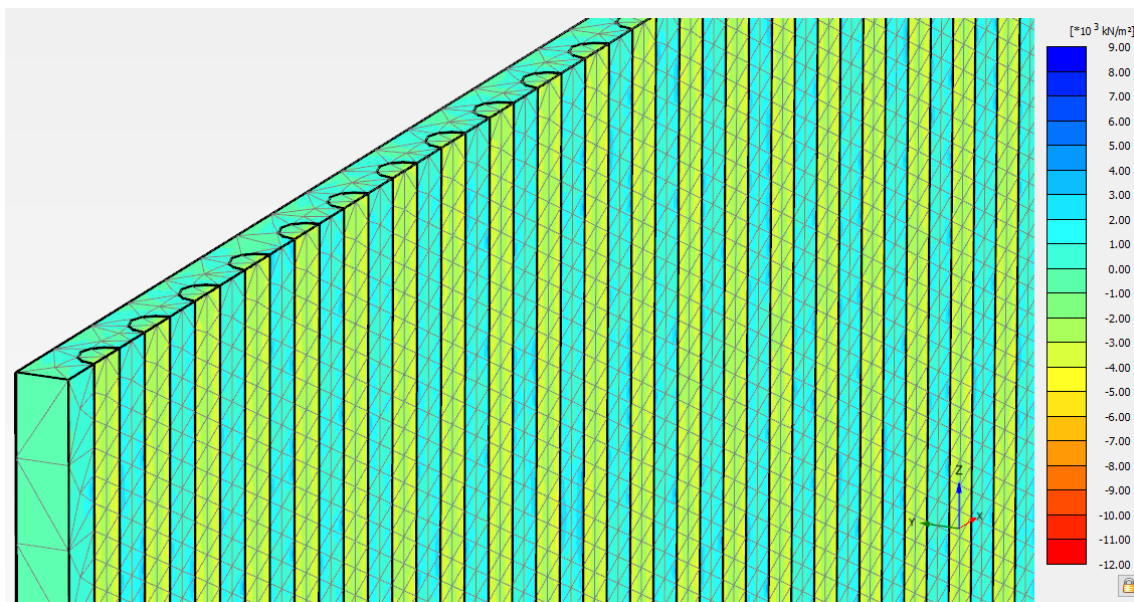


Ilustración 24. Deformaciones volumétricas al aumentar el volumen un 50% eje x e y.

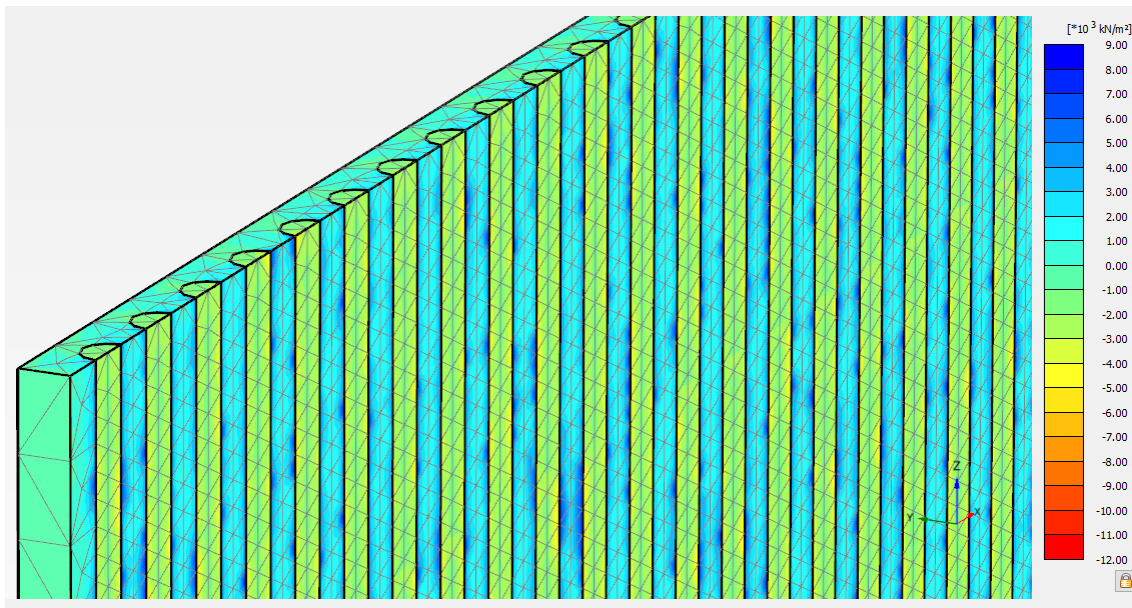
Lo que nos interesa es ver como son las tensiones verticales y horizontales generadas, de esta forma en la Ilustración 26 se muestran las tensiones verticales de la fase 1, en la Ilustración 27 los esfuerzos generados en el eje z cuando se cambia el material y en la Ilustración 28 los del eje y que equivalen a los del eje x.



Il·lustració 25. Tensions verticals obtenides en la fase 1.



Il·lustració 26. Esfuerzos obtenidos en el eje z en la fase 2.

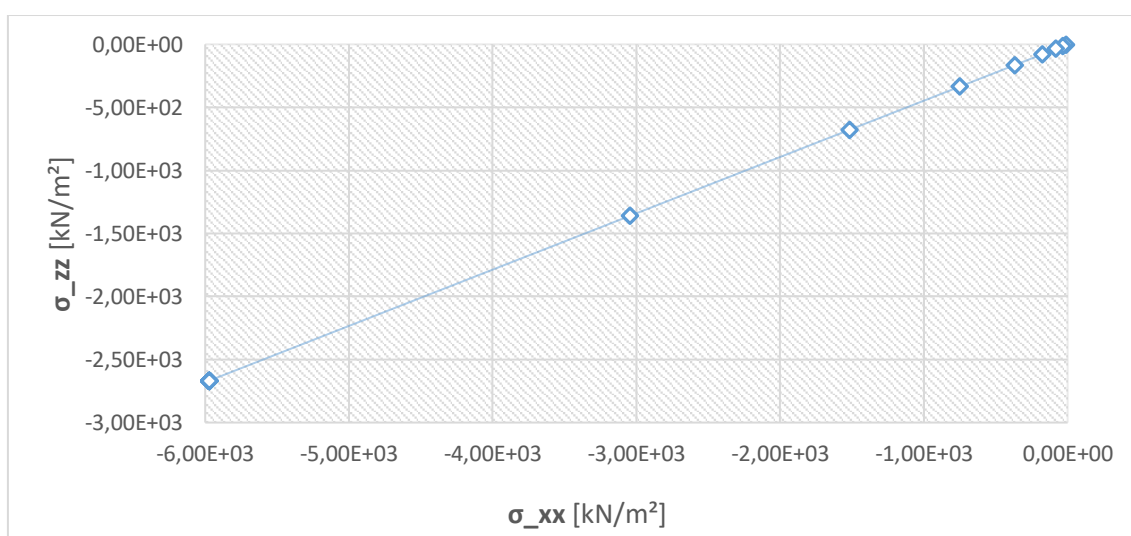


Il·lustració 27. Esfuerzos obtenidos en el eje y en la fase 2.

Los esfuerzos obtenidos en la fase 2 para un ángulo de fricción de 35° y que generan un coeficiente de empuje activo $K_{ac}=2.24$ son los indicados en la *Tabla 4*:

σ_{xx} [kN/m ²]	σ_{zz} [kN/m ²]
5974	2668

Tabla 4. Valores de los esfuerzos verticales y horizontales obtenidos en la fase 2.



Il·lustració 28. Resultados obtenidos de la relación entre esfuerzos verticales y horizontales en la fase 2.

Estos resultados no coinciden con los teóricos de Priebe, ya que el coeficiente de empuje que debería obtenerse cuando el ángulo de fricción es de 35° sería de $K_{ac} = 0.27$, cuyo valor se aleja mucho de los resultados obtenidos. Los resultados obtenidos no son los esperados ya que el coeficiente activo da un valor bastante mayor al que debería obtenerse. Como se ha comentado al inicio de este apartado, realizar la segunda hipótesis no es compatible con el modelo tridimensional y es más sencillo crear un caso 2D.

6.2 Caso 2D

Con el objetivo de realizar un modelo que permita simular los parámetros y propiedades de un suelo reforzado por columnas de grava se opta por estudiar un modelo de simetría axial (celda unidad), donde se observe la influencia de las columnas sobre el terreno arcilloso.

6.2.1 Diseño del modelo axisimétrico

La creación de un modelo 2D axisimétrico de nuestro caso permitirá ver como se producen las tensiones y deformaciones provocadas por la introducción de una columna de grava en el terreno. Es un caso mucho más sencillo y simplificado que el anterior puesto que se trata de un modelo bidimensional. Para ello, se ha dibujado en el Plaxis 2D una sección de columna de diámetro $\phi = 0.5\text{m}$ y terreno arcilloso, y se ha calculado el diámetro equivalente de una malla rectangular con la fórmula siguiente (Ilustración 30):

$$D_e = \left(\frac{16}{\pi^2} \right)^{1/4} * L = 1.13 * L$$

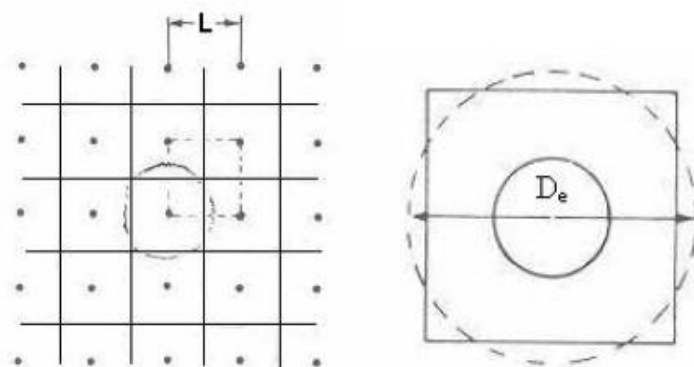


Ilustración 29. Esquema gráfico de una malla cuadrada (Manuela Carreiro, 2007)

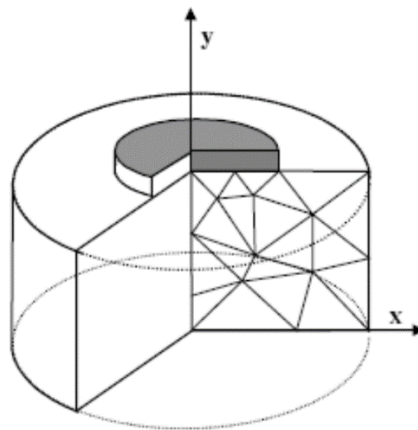


Ilustración 30. Esquema modelo axisimétrico (Plaxis Manual 2D).

6.2.2 Primera hipótesis: generación de volumen

Como el radio de la columna es de 0.25m y la distancia entre columnas es de 0.5m, nos permite obtener una longitud $L = 1\text{m}$. De modo que nuestro diámetro equivalente tendrá un valor de 1.13m ($R_e = 0.565\text{m}$). Consecuentemente, al tratarse de un perfil axisimétrico, el dibujo será el que se muestra en la *Ilustración 32*.

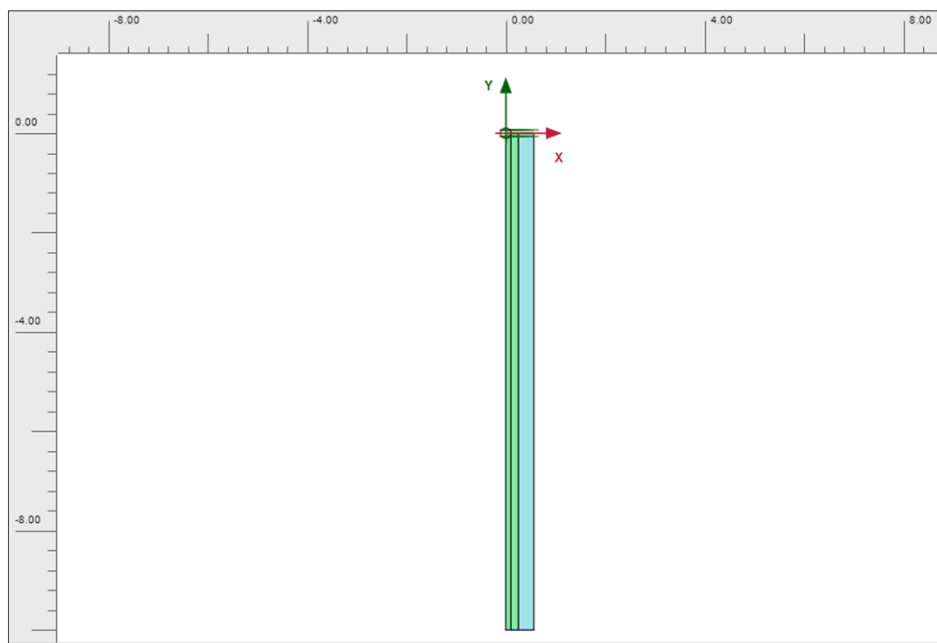


Ilustración 31. Perfil axisimétrico del caso 2D (De color verde, la columna de grava y de color azul, terreno arcilloso).

El modelo está fijado en la parte superior para que no se produzcan desplazamientos en el eje vertical, y en la parte inferior existe un suelo rígido que impide también su movimiento. Lo que se pretende con este modelo es introducirle un aumento de la deformación volumétrica que es el efecto que produce la inyección de las columnas de grava en el terreno, y luego quitárselo, que es el efecto que se produce al extraer la tubería por donde se ha introducido la grava.

Este porcentaje de aumento de deformación no se sabe cuál corresponde a la realidad, por lo que inicialmente, se propone un aumento del 50% en la dirección x y z. Más adelante se prueba otras opciones para ver si hay variaciones en los resultados. El programa solo ofrece una solución para un aumento del 60% en el eje horizontal como máximo. En próximos apartados se comentarán los resultados de este caso.

El proceso llevado a cabo consiste en tres fases:

1. La fase inicial consiste en un terreno arcilloso ("Initial Phase") donde se introduce la maquinaria para hacer el hueco en el terreno. Este paso, provoca en el suelo una densificación y un aumento de la deformación volumétrica de este.
2. Por lo tanto, en la segunda fase ("Phase 2") se aplica sobre el suelo un aumento de la deformación volumétrica, tanto en el eje de las abscisas como en el de las z, de un 50%, respectivamente. Esto produce un aumento total del 100%. Seguidamente, lo que ocurre es el proceso de extracción del tubo del terreno, que a medida que esto ocurre, se rellena el hueco de grava.
3. Esto debería producir una reincorporación del terreno a su posición inicial, aunque no sea así del todo porque ahora este es ocupado por gravas. Esta fase se denomina Fase 3 ("Phase 3").

Las propiedades de los materiales son los mismos que los usados en el caso tridimensional sacados del artículo de Zhang et al. (2013) y aplicando las hipótesis de Priebe (1995), considerando la arcilla con un comportamiento elástico y el ángulo estudiado para las columnas de grava es de 35° .

Priebe, en su artículo, usa diferentes ángulos de fricción de entre 35° y 45° para observar y comparar las variaciones que se pueden producir en las propiedades. Este primer caso lo analizaremos con el más pequeño ya que con los otros ángulos se producen las mismas consecuencias.

Aumento del 50% en la dirección x y z

Para empezar, se debe obtener la relación entre el área de una celda unitaria que consiste en la relación entre el área de la columna y la del suelo circundante. Para este caso en concreto,

$A/A_c=4.116$. Aplicando las ecuaciones comentadas en el apartado 5.2, se obtiene un $K_{ac} = 0.27$ y un $n_0=2.17$ cuando el ángulo de fricción de la columnas es de 35° .

Con estos resultados se pretende comprobar si el coeficiente de empuje activo corresponde al teórico obtenido por las ecuaciones de Priebe (1995). Para ello, se debe observar como son los esfuerzos producidos por el incremento de volumen generado.

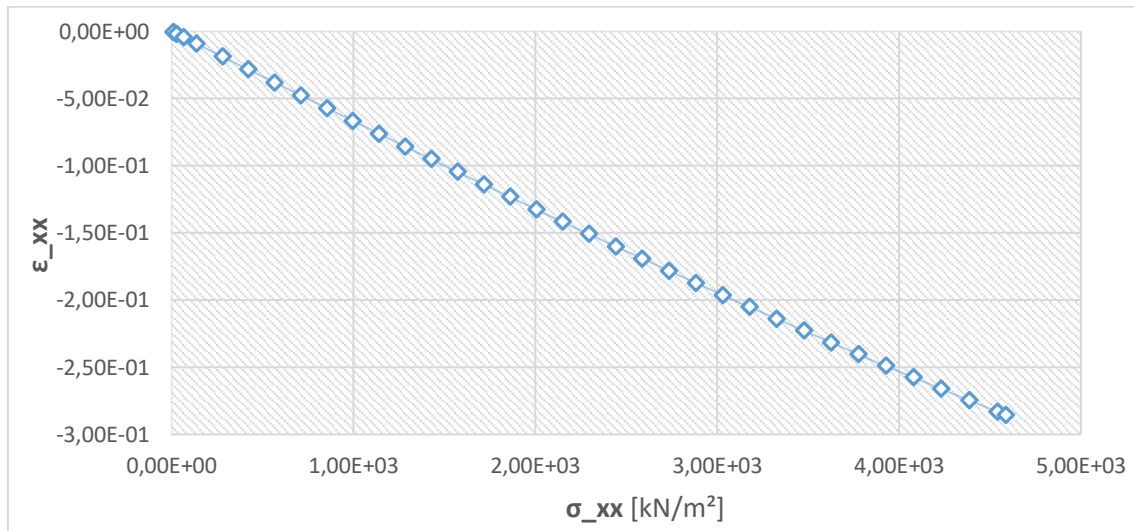


Ilustración 32. Resultados obtenidos esfuerzo-deformación en la fase 2 (Phase_2).

A partir de este gráfico (*Ilustración 33*), se puede observar que si la deformación volumétrica disminuye, también lo hacen las tensiones. Este resultado tiene sentido teniendo en cuenta de que se está trabajando con un material elástico. De la misma forma que esto ocurre en el eje x , ocurre exactamente igual en el eje z .

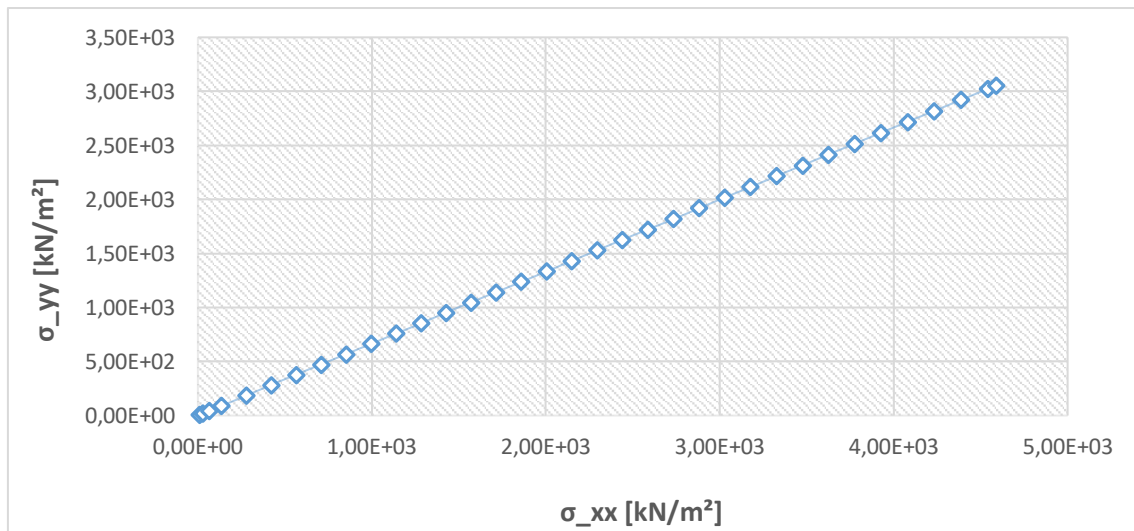


Ilustración 33. Resultados obtenidos de la relación entre esfuerzos verticales y horizontales en la fase 2 (Phase_2).

Respecto a la relación entre esfuerzos verticales y horizontales, también se producen variaciones a lo largo del proceso. Inicialmente, los esfuerzos son nulos ya que el terreno está al reposo, en su estado natural. En el momento en el que empezamos a desplazar el terreno es cuando se producen cambios en estas tensiones, y en la fase 2 (Phase_2) se obtienen los resultados mostrados en la *Ilustración 34*.

La relación entre esfuerzos verticales y horizontales recibe el nombre de coeficiente de empuje activo, en este caso, y el cual tiene un valor de 1.44.

Por otro lado, cuando se introduce la grava y se forman las columnas (Phase_3) se obtiene un coeficiente un poco mayor con valor 1.51. Esto puede deberse a que las tensiones son menores, sobretodo horizontalmente.

σ_{xx} [kN/m²]	σ_{yy} [kN/m²]
-4,59E+03	-3,06E+03

Tabla 5. Valores de la tensión vertical y horizontal en la fase 3 (Phase_3).

Estos resultados no coinciden con los teóricos de Priebe, ya que el coeficiente de empuje cuando el ángulo de fricción es de 35°, $K_{ac} = 0.27$, cuyo valor se aleja mucho de los resultados obtenidos.

Se está aplicando una tensión horizontal demasiado grande ya que para el empuje activo que se debería obtener, la tensión horizontal debería de ser cinco veces más pequeña que la vertical, aproximadamente.

Aumento del 60% en el eje horizontal

Para ver como variaban las tensiones si en vez de producir un aumento de volumen en ambos ejes (tanto en x como en z) solo se producía en uno, se ha querido aplicar un aumento del 60% de la deformación volumétrica del eje x. Cabe decir que no se ha podido aplicar un porcentaje mayor (por ejemplo, del 100%) porque se producían fallos de cálculo en el programa impidiendo ver los resultados que generaba.

Siguiendo el mismo procedimiento que en el caso anterior, se han obtenido los siguientes resultados:

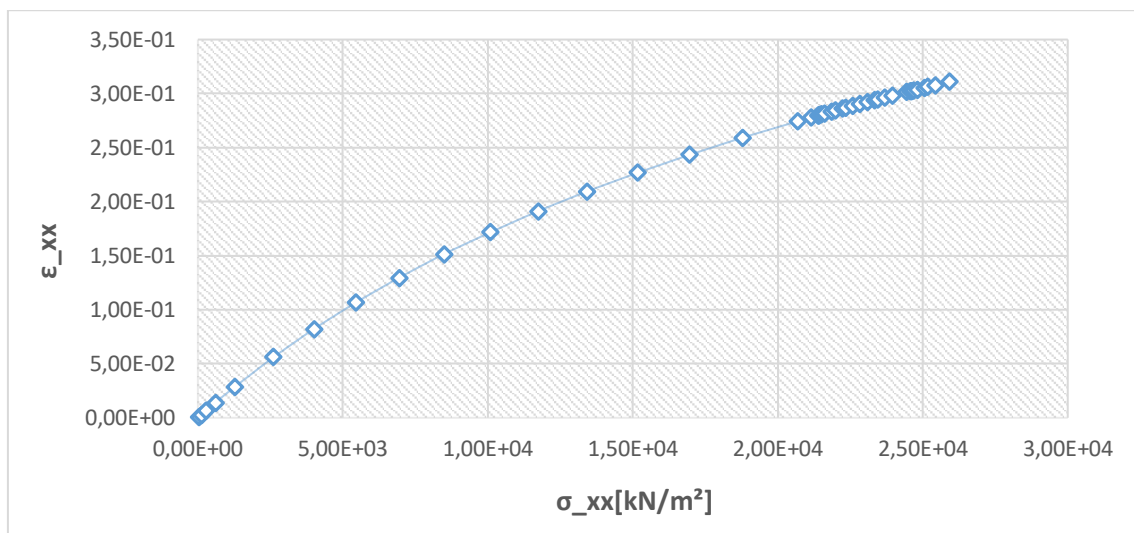
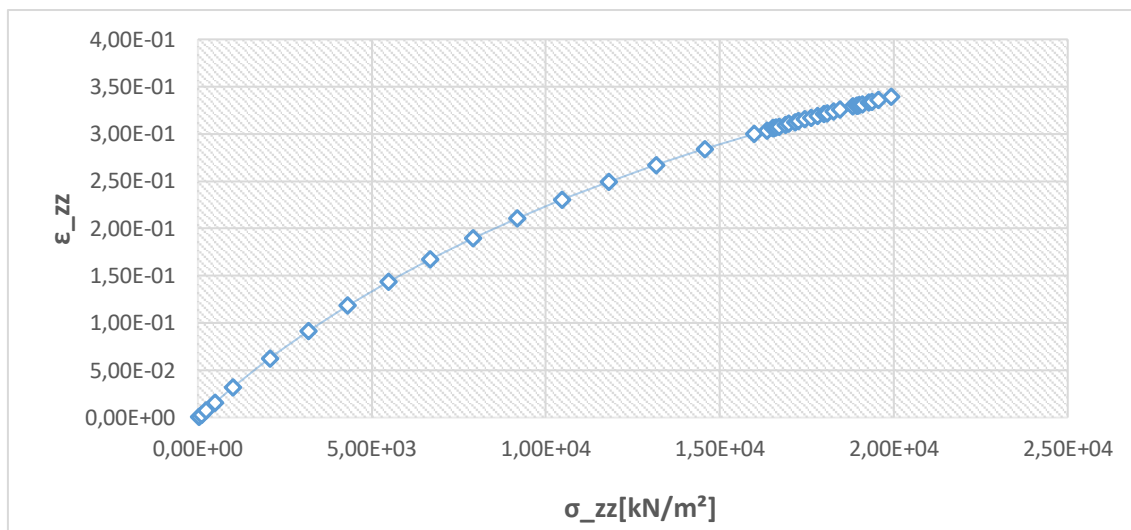


Ilustración 34. Relación tensión-deformación en el eje x después del aumento volumétrico de la fase 2 (Phase2).



Il·lustració 35. Relació tensió-deformació en el eix z després del augment volumètric de la fase 2 (Phase2).

Observando ambos gráficos, los valores de tensión aumentan a la vez que lo hace también la deformación, pero el caso del eje x se obtienen valores mayores que en el caso z. Tiene su sentido puesto que se aplica la deformación únicamente sobre ese eje. Sin embargo, no se acerca demasiado a la realidad, ya que tratándose del mismo material y bajo las mismas condiciones del caso anterior, es más razonable que aumenten en ambos ejes de la misma manera.

Discusión de los resultados de la 1ª hipótesis

El efecto que produce la inclusión de columnas de grava es una densificación y compactación del suelo circundante. El suelo pasa de estar al reposo a aumentar sus tensiones tanto verticales como horizontales. Esto genera la existencia de un coeficiente de empuje activo, de valor mayor que 1.

Por haber producido un aumento volumétrico, se han desarrollado tensiones muy grandes, ya que para obtener el coeficiente de empuje activo teórico de valor 0.27, se deberían de generar tensiones horizontales 5 veces más pequeñas que las verticales. De este modo, se debería de encontrar el porcentaje adecuado para aplicar el aumento necesario para generar estas tensiones que se quieren conseguir.

Además, hay que tener en cuenta que en el problema se han aplicado varias hipótesis que hacen el problema idealizado y que puede ser que se hayan aplicado otras que impiden que los resultados den parecidos a los de Priebe (1995). No es lo mismo teóricamente que aplicarlo a un problema práctico y real, donde la incertidumbre juega un papel importante.

Se aplica un coeficiente de empuje al reposo $K=1$ por Priebe (1995) para considerar que el suelo ya está desplazado durante la instalación de la columna y así asumir que la resistencia inicial corresponde a la de su estado líquido. Además, la columna realmente no es incompresible.

Al no tenerse en cuenta las densidades del suelo y de la columna, cuya diferencia de presión entre columna y suelo produce el abombamiento, este depende solo de la distancia de tensiones columna/suelo de la carga externa aplicada y es constante sobre toda la longitud de la columna. En realidad, a la carga externa se le debe añadir los pesos de las columnas y del suelo, que bajo estas cargas adicionales, la diferencia de presiones decrece y el abombamiento se reduce.

6.2.3 Segunda hipótesis: aplicación de cargas

Se necesita encontrar un modelo nuevo para encontrar aquellas tensiones inducidas que se requieren para obtener el coeficiente de empuje activo adecuado. El paso que se lleva a cabo es incorporar el análisis que marca Priebe y aplicar un esfuerzo cortante sobre la muestra. Para hacerlo hay dos formas:

- 1) Simular con la aplicación de tensiones un estado tensional con el que se alcance K_{ac} .
- 2) Aplicar un desplazamiento lateral.

La segunda manera es imposible en 2D axisimétrico, por lo que se van a aplicar las tensiones sobre la columna modelizada y ver como evoluciona el coeficiente de empuje activo, K_{ac} . También se ha cortado la sección para simplificar el problema y ahorrar tiempo.

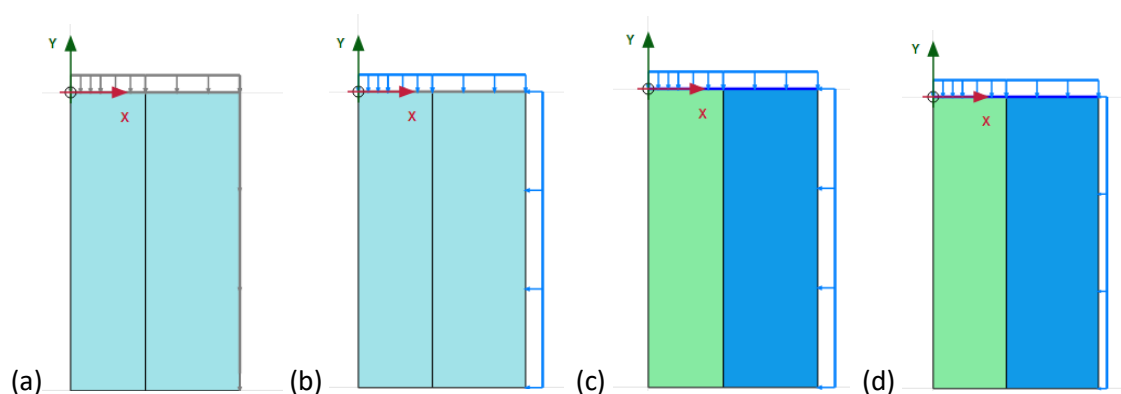


Ilustración 36. Nuevo diseño aplicando cargas verticales y horizontales. (a)Initial_Phase; (b)Phase_1; (c)Phase_2; (d)Phase_3

Fases anàlisis:

- 1) La fase inicial (Initial_Phase) sigue siendo como antes, únicamente el terreno arcilloso en reposo, donde $K=1$. La primera fase (Phase_1) consiste en aplicar unas cargas verticales y horizontales que generan la misma presión en el suelo que produciría la inclusión de la columna de grava.
- 2) Luego, se crea la fase 2 (Phase_2) en el que tenemos, por un lado, la columna con el material de grava y por otro, la arcilla, que en este caso tendrá ya un $K=0.5$ que es el que por defecto tiene el modelo para este tipo de material. Este cambio se produce por el hecho de que la hipótesis de Priebe donde $K=1$ sólo se aplica para el momento de la inclusión de la columna.
- 3) Finalmente, la fase 3 (Phase_3) consiste en reducir la carga horizontal para así simular el efecto que tendrían los materiales a la hora de volver a la posición inicial después del proceso de inyección de las columnas (*Ilustración 37*).

Ángulo de fricción de 35°

El cálculo ha llegado hasta un 76% del cálculo de la fase 3 (*Ilustración 38*), así que lo consideraremos como un modelo suficientemente válido.

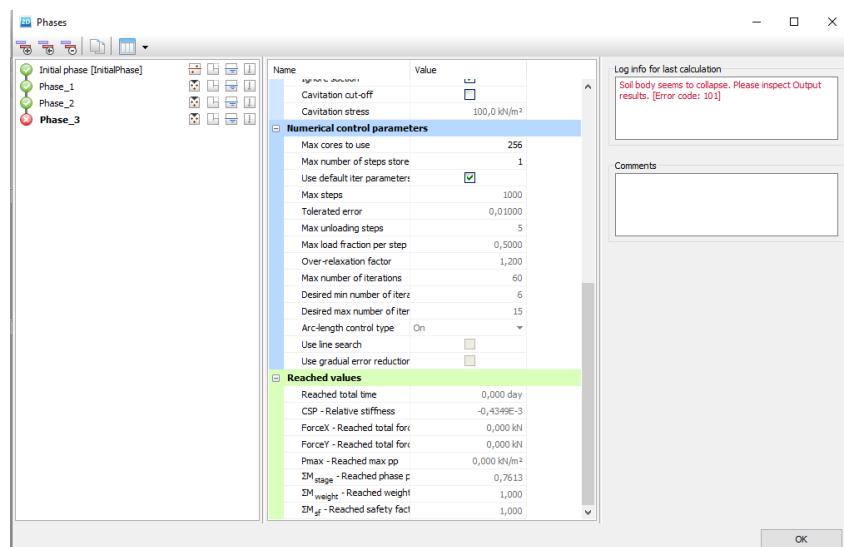
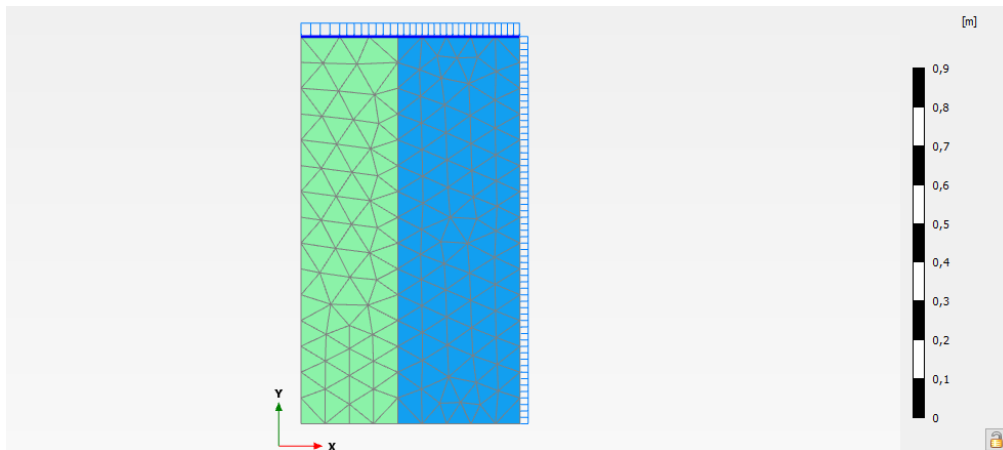
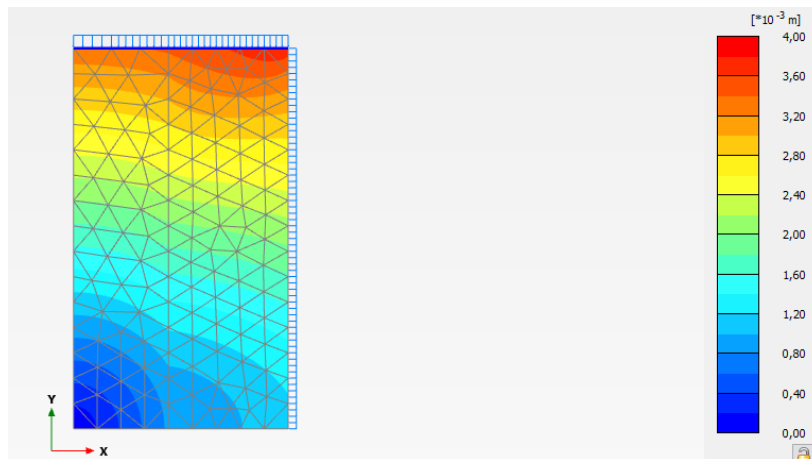


Ilustración 37. Información del cálculo Phase_3



Il·lustració 38. Malla deformada.



Il·lustració 39. Desplazamientos totales obtenidos (ángulo de fricción de 35°).

El desplazamiento máximo obtenido es de $3.837 \cdot 10^{-3}$ m y se genera en la arcilla.

La evolución de las tensiones a lo largo de la fases va variando. Inicialmente son nulas, pero al aplicar las cargas las tensiones empiezan a aumentar hasta llegar a conseguir una $K=1$. A partir de la segunda fase, las tensiones verticales pasan de un valor de 100 KN/m^2 a 200 KN/m^2 , haciendo que en la fase 3 se lleguen a obtener unas tensiones de valor 59.044 KN/m^2 la horizontal y 200.2 KN/m^2 la vertical. Con estos valores se obtiene un coeficiente de empuje activo de valor $K_{ac} = 0.29$, cuyo valor se acerca, ahora sí, al $K_{ac} = 0.27$ que es el valor obtenido siguiendo la teoría de Priebe.

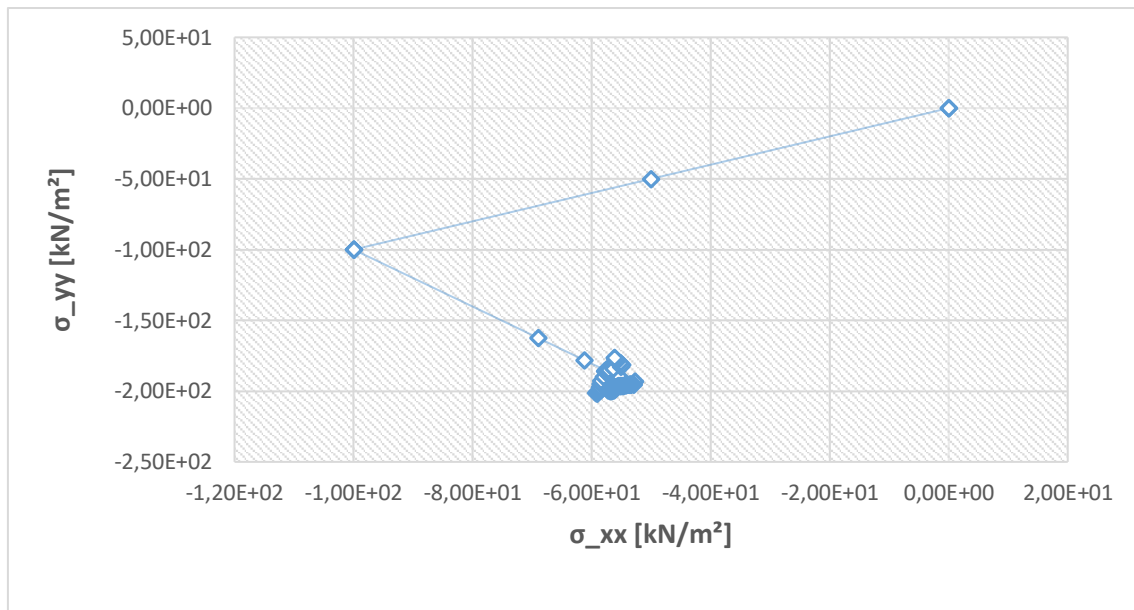


Ilustración 40. Gráfico de tensiones obtenidas en el modelo final para un ángulo de 35°.

Es curioso el hecho de que se alcancen estos valores en la fase 3, aunque corresponden con los valores que necesitan para llegar a obtener el coeficiente de empuje activo adecuado. Por el simple hecho de reducir la carga horizontal de 100KN a 50KN ha hecho que las tensiones verticales lleguen a valores de 200KN/m². Esto puede deberse al cambio de material de arcilla que se aplica, cuando se modifica el coeficiente de empuje al reposos puesto que la hipótesis $K=1$ solo se aplica en el momento en el que se introducen las columnas de grava en el terreno.

Ángulo de fricción de 37.5°

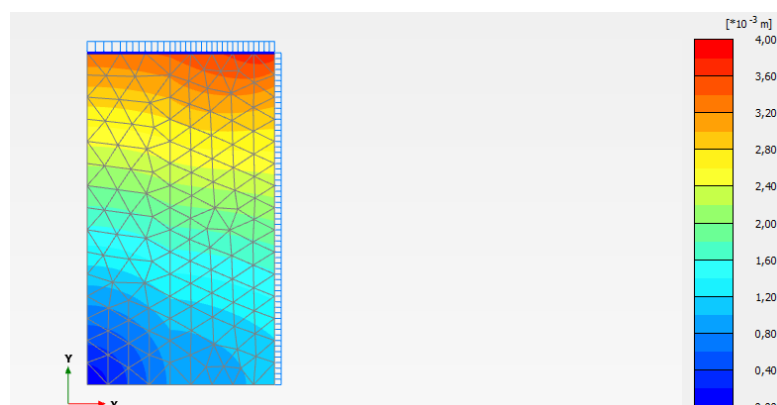


Ilustración 41. Desplazamientos totales obtenidos (ángulo de fricción de 37.5°).

El cálculo llega hasta un 82.14% del cálculo de la tercera fase, pudiendo considerarlo válido. El desplazamiento máximo obtenido es de $3.836 \cdot 10^{-3}$ m en la zona arcillosa.

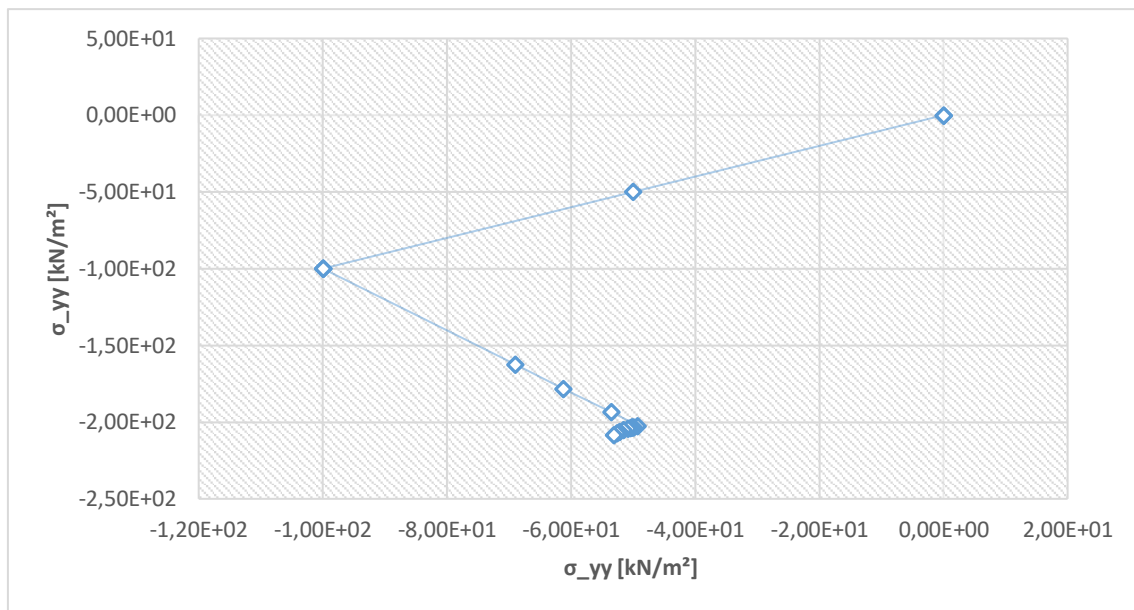


Ilustración 42. Tensiones verticales y horizontales generadas en el modelo cuando el ángulo de fricción es de 37.5°.

El cociente entre las tensiones verticales y horizontales logradas en la fase 3 (Phase_3) corresponde a un coeficiente de empuje activo, $K_{ac}=0.24$, de igual valor que el teórico.

Ángulo de fricción de 40°

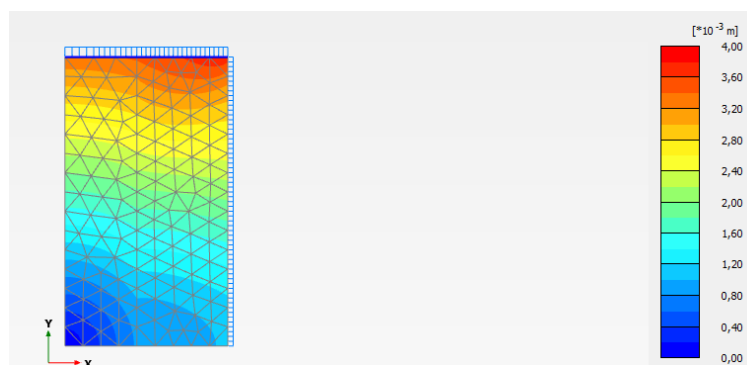


Ilustración 43. Desplazamientos totales obtenidos (ángulo de fricción de 40°).

En este caso el cálculo de la fase 3 (Phase_3) llega a hacerlo hasta un 88.39%, considerándolo suficientemente válido.

El desplazamiento máximo logrado es de $3.836 \cdot 10^{-3}$ m también en la arcilla.

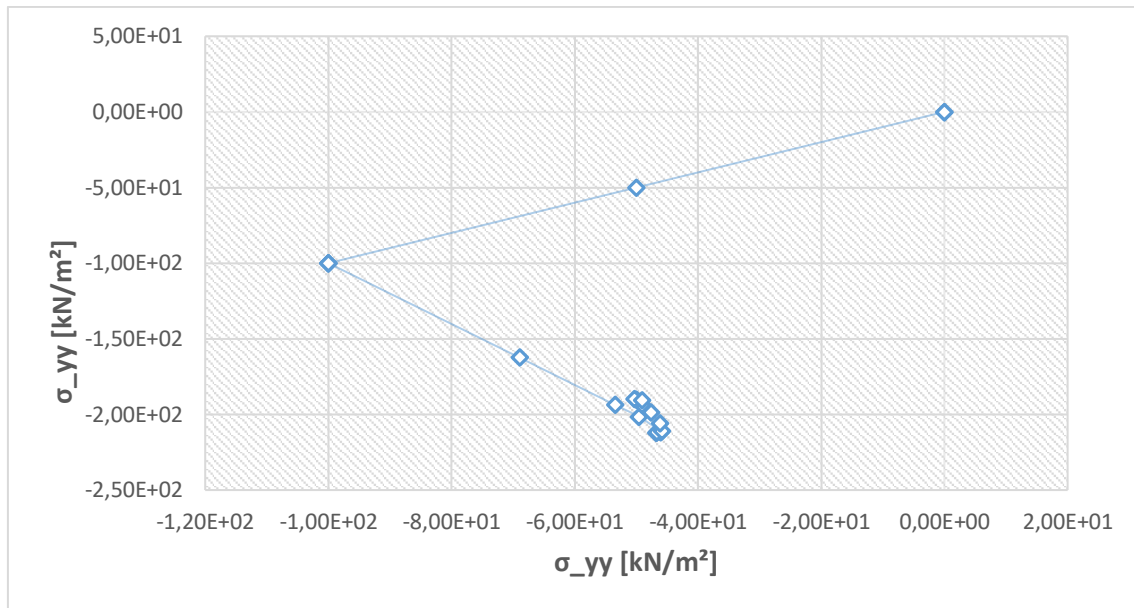


Ilustración 44. Tensiones verticales y horizontales generadas en el modelo cuando el ángulo de fricción es de 40° .

El cociente entre las tensiones verticales y horizontales logradas en la fase 3 corresponde a un coeficiente de empuje activo, $K_{ac}=0.217$, muy próximo al valor teórico $K_{ac}=0.22$.

Ángulo de fricción de 42.5°

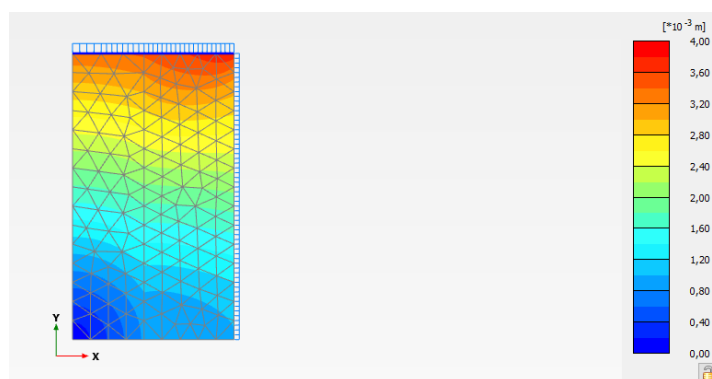


Ilustración 45. Desplazamientos totales obtenidos (ángulo de fricción de 42.5°).

El cálculo de la fase 3 (Phase_3) llega a hacerlo hasta un 93.97%, considerándolo suficientemente válido.

El desplazamiento máximo logrado es de $3.837 \cdot 10^{-3}$ m en la zona de arcilla

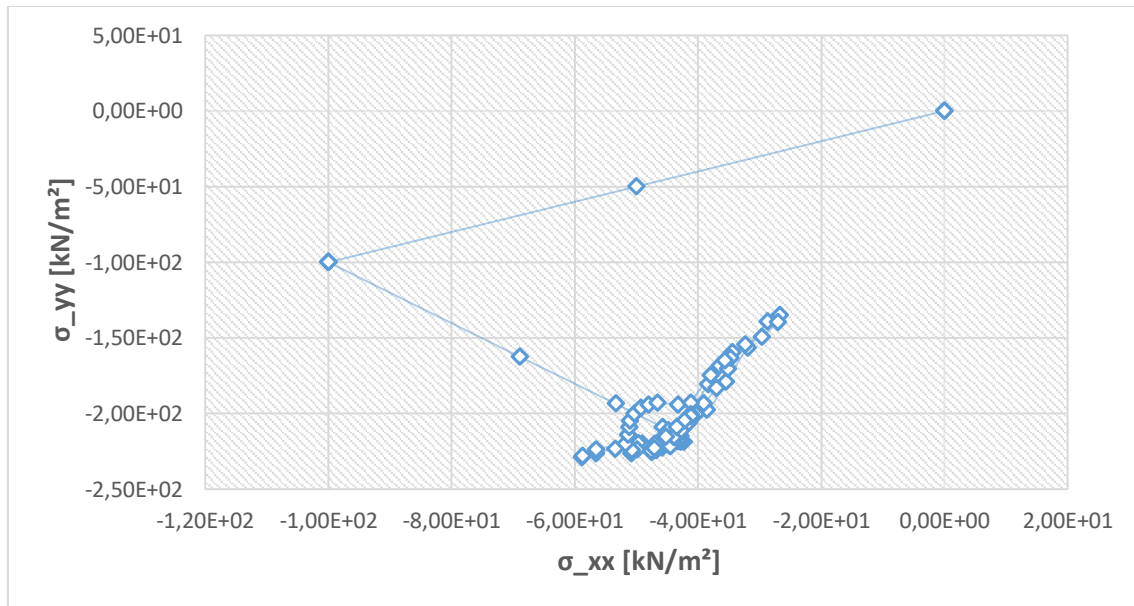


Ilustración 46. Tensiones verticales y horizontales generadas en el modelo cuando el ángulo de fricción es de 42.5° .

El coeficiente de empuje activo, $K_{ac}=0.20$, muy próximo al valor teórico $K_{ac}=0.19$.

Ángulo de fricción de 42.5°

El porcentaje de cálculo ha sido del 99.3% en este caso. Prácticamente conseguido el 100%, se obtiene un desplazamiento máximo de $3.836 \cdot 10^{-3}$ m también como las anteriores, en la arcilla.

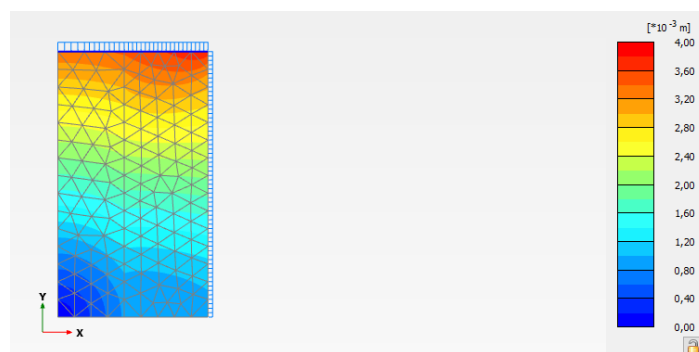


Ilustración 47. Desplazamientos totales obtenidos (ángulo de fricción de 45°).

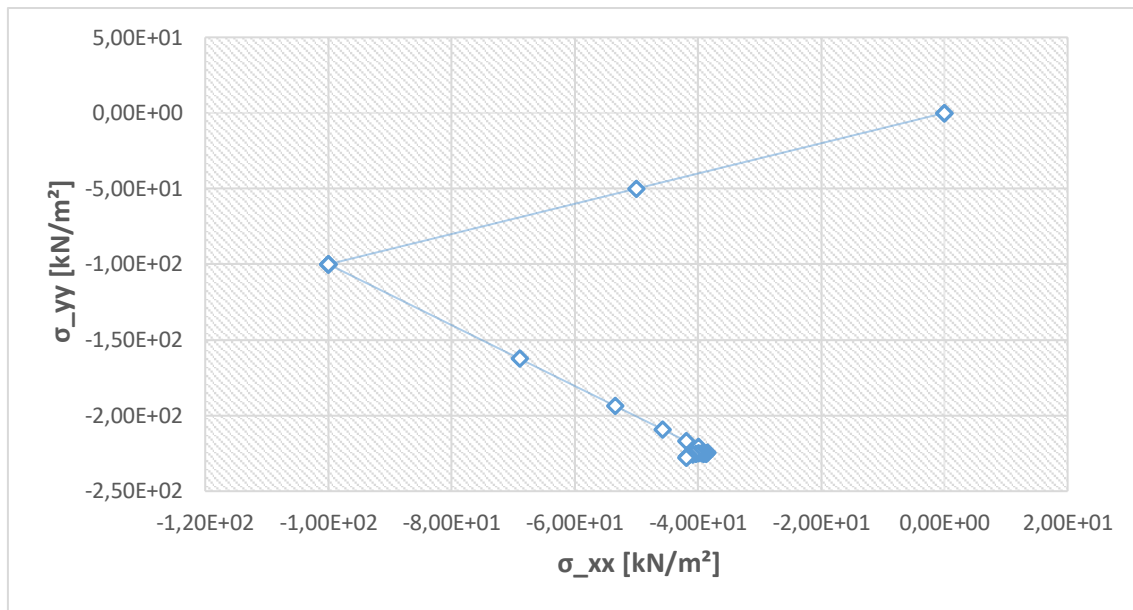


Ilustración 48. Tensiones verticales y horizontales generadas en el modelo cuando el ángulo de fricción es de 45°.

El coeficiente de empuje activo obtenido en la fase 3 (Phase_3) es de 0.17, el mismo que el valor teórico obtenido con el método de cálculo de Priebe (1995).

Discusión de los resultados de la 2ª hipótesis

Con estos resultados, finalmente se concluye que efectivamente el método de Priebe ha funcionado para este modelo y coinciden los resultados teóricos con los encontrados en PLAXIS 2D.

Como se ha comentado anteriormente, el cambio de tensiones verticales que se producen en todos los casos para diferentes ángulos donde la tensión en ese eje pasa de un valor de 100kN/m² a valores mayores de 200kN/m² pueden ser logrados por la diferencia en el coeficiente de empuje al reposo que existe entre la fase 2 y 3 donde la arcilla pasa de tener una $K=1$ a una $K=0.5$. Esta es marcada automáticamente al introducir las características de la arcilla en el bloque de materiales del programa PLAXIS 2D.

También cabe destacar que por mucho que varíe el ángulo de fricción de la columna, los desplazamientos no cambian mucho y se mueven en los mismos rangos de valores. Aun así, se nota más su influencia a la hora de encontrar el factor básico de mejora.

Los ábacos de Priebe corresponden a diferentes ángulos de fricción de entre 35° y 45° . A continuación, se muestra una tabla (*Tabla 6*) con los diferentes valores obtenidos a partir del método de Priebe y del modelo bidimensional obtenido en PLAXIS 2D.

Ángulo de fricción	K_0 teórico	K_{ac} teórico	n_0 teorica	K_{ac} modelo	n_0 modelo
35°	0,43	0,27	2,17	0,29	2,07
$37,5^\circ$	0,39	0,24	2,34	0,24	2,34
40°	0,36	0,22	2,51	0,21	2,57
$42,5^\circ$	0,32	0,19	2,73	0,20	2,66
45°	0,29	0,17	2,98	0,17	3,00

Tabla 6. Valores de coeficientes de empuje teóricos y del modelo y factores de mejora básico para cada ángulo de fricción estudiado.

En el siguiente gráfico se han marcados los valores obtenidos del factor de mejora básico n_0 .

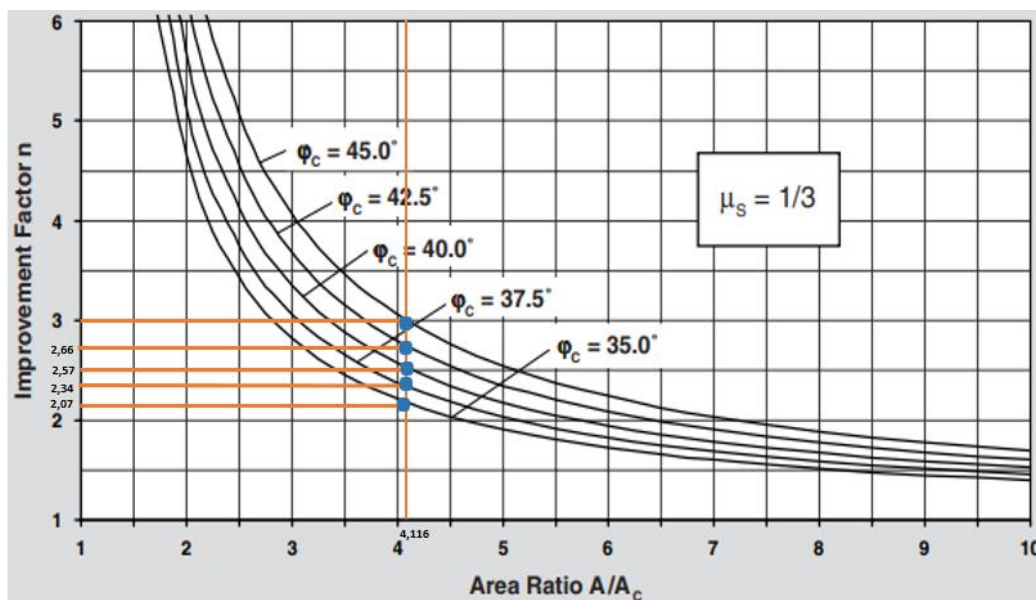


Ilustración 49. ábaco de Priebe con los resultados finales obtenidos del factor de mejora básico.

CONCLUSIÓN

La geotecnia es un campo de la ingeniería civil difícil de estudiar y de poder obtener información. En los últimos años se están desarrollando cada vez más técnicas en este ámbito que ayudan a la investigación y al conocimiento de ésta. Es por esta razón, que ha resultado complicado aplicar los métodos y teorías de cálculo a un caso práctico.

En este Trabajo de Final de Grado se describen diferentes técnicas para el refuerzo y mejora de terrenos, en especial los terrenos blandos. La elección del mejor método va a depender del tipo de suelo y de las necesidades específicas que éste requiere. De todas formas, por muy buenas características que tenga el terreno siempre se puede mejorar.

La técnica principal que se aplica en suelos blandos es el método de vibrosustitución o columnas de grava. Las columnas aportan una capacidad portante mayor y una disminución del asiento, aceleración del tiempo de consolidación y reducción del riesgo de licuefacción. La compactación del suelo se produce cuando se rellena el hueco de grava, y la columna ejerce una presión sobre el suelo circundante. Con este procedimiento existe una densificación y un aumento de las presiones intersticiales. Este método se usará cuando los parámetros a mejorar sean los mismos que las mejoras que provocan, teniendo en cuenta, por supuesto, el coste del tratamiento.

Sin embargo, existen también suelos blandos que no son los adecuados para utilizar esta técnica de mejora ya que, por ejemplo, el confinamiento lateral no es el correcto y esto puede producir problemas de inestabilidad. Una posible solución para este tipo de suelos es el uso de geotextiles que rodeen las columnas y así mejorar esta propiedad.

Como en cada fase de una obra, se debe de realizar un control de calidad del material introducido. Se debe realizar un registro continuo de los parámetros durante la inyección y la ejecución de la columna en el terreno, y posteriores sondeos para controlar las propiedades.

En el TFG se ha alcanzado el conocimiento necesario para poder desarrollar modelos 2D y 3D con geometrías y contornos de elevada complejidad. Siendo imprescindible una labor importante de aprendizaje del Programa Plaxis.

Este trabajo resume los principales modelos de cálculo de columnas de grava. La elección del método correcto depende del tipo de característica a estudiar o del tipo de análisis que se quiere llevar a cabo, en 2D o en 3D.

Para el caso tridimensional, el análisis numérico se realizó con el modelo simplificado (suposición de espaciado lateral infinito) tridimensional de una rebanada de un talud con columnas. El cual no requiere ningún tipo de transformación de los parámetros y es el modelo más adecuado para analizar asientos finales, estabilidad y consolidación de una manera precisa.

En cambio, para el modelo bidimensional, el modelo de simetría axial, se utiliza aplicando el modelo de ceda unidad, que es la mejor forma de simplificar el modelo. Es un buen método para

aplicar en un caso donde existen varias columnas distribuidas uniformemente y con una carga aplicada homogénea.

Para aplicar el método de Priebe a nuestro caso práctico, los resultados tridimensionales aplicando un aumento de volumen del 50% en los ejes x e y no han resultado buenos, ya que se alejan mucho de los teóricos. Además, aplicar la segunda hipótesis con cargas verticales y horizontales para obtener el coeficiente de empuje que se necesita en este caso no es adecuado.

Se ha simplificado el problema con un modelo 2D axisimétrico con una celda unidad donde inicialmente se ha introducido un aumento del volumen del 50% para observar como influía la inyección de las columnas en el terreno, y conseguir el modelo para lograr el coeficiente de empuje activo a través del método de cálculo de Priebe (1995). Lamentablemente, esto no se ha conseguido, ya que los resultados no coincidían con los teóricos.

Es por ello, que se ha intentado aplicar con otra hipótesis la propuesta por Priebe, en la que se han aplicado cargas verticales y horizontales sobre la columna y suelo para conseguir las tensiones que son necesarias para obtener un coeficiente de empuje activo.

El resultado obtenido es positivo, ya que se han logrado las tensiones que logran un $K_{ac}=0.29$ de para una columna con un ángulo de fricción de 35° . Este resultado es próximo al coeficiente que propone Priebe con su metodología, $K_{ac}=0.27$. De la misma forma, se han conseguido los resultados muy parecidos a los teóricos para el resto de ángulos de fricción estudiados, donde se ha comprobado que coinciden con los del ábaco de Priebe.

Finalmente, mencionar que la incertidumbre siempre ha estado presente en el ámbito de la geotecnia, tanto en las propiedades de los suelos como en los modelos de cálculo. El análisis y el diseño geotécnico de un problema de ingeniería siempre tienen un grado de incertidumbre inevitable, que en muchos casos puede ser elevado. No obstante, en este caso y pese a la incertidumbre que rodea un problema de este calibre en el ámbito geotécnico, después de evaluar varios modelos, se ha conseguido a través del modelo de simetría axial un alto índice de aproximación al coeficiente de empuje activo de Priebe (1995).

FUTUROS TRABAJOS

El Trabajo de Final de Grado es limitado en cuanto a tiempo requerido para el desarrollo de un estudio se refiere. Este TFG es entonces un primer paso hacia un completo desarrollo de las teorías de Priebe mediante análisis con elementos finitos. Con el conocimiento adquirido se podrían analizar los diferentes factores que introduce Priebe (1995) para el análisis de la vibrosustitución.

REFERENCIAS

- ALONSO, J.A. (2014). *Diseño basado en técnicas de fiabilidad del tratamiento de mejora del terreno mediante columnas de grava*. Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Madrid.
- CALABRESE, A. (2016). *Resistance of soil improved with stone columns in drained and undrained conditions*. Treball Final de Màster. Politecnico de Torino.
- CARNICERO, A. (-). *Introducción al método de elementos finitos*.
- CARREIDO, M. (2007). *Sobre la respuesta estática de suelos finos blandos bajo diques verticales*. Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Madrid.
- CASTRO, J. (2008). *Análisis teórico de la consolidación y deformación alrededor de columnas de grava*. Tesis doctoral. Universidad de Cantabria.
- CASTRO, J. (2014). *Numerical modelling of Stone columns beneath a rigid footing*.
- CASTRO, J. (2017). *Modeling Stone Columns*. Universidad de Cantabria.
- CASTRO, J.; KARSTUSEN, M. (2010). *Numerical simulations of Stone column installaton*.
- CASTRO, J.; SAGASETA, C.; DA COSTA, A.; CAÑIZAL J. (2016). *Modelización de columnas de grava*. Universidad de Cantabria.
- CASTRO, J.; SAGASETA, C. (2009). *Consolidation around Stone columns. Influence of column deformation*.
- CASTRO, J.; SAGASETA, C. (2010). *Discussion of "Simplified plane-strain modelling of stone-column reinforced ground"*.
- CASTRO, J.; SAGASETA, C. (2011). *Consolidation and deformation around Stone columns. Numerical evaluation of analytical solutions*.
- CASTRO, J.; SAGASETA, C. (2012). *Pore pressure during stone column installation*.
- GOUGHNOUR, R.R. (1983). *Settlement of vertically loaded stone columns in soft ground*.
- HAN, J.; YE, S.L. (2001). *Simplified method of consolidation rate of stone column reinforcement foundation*.
- FRÍAS, E. (2004). *Aportaciones al estudio de las máquinas eléctricas de flujo axial mediante la aplicación de elementos finitos*. Tesis Doctoral. Universitat Politècnica de Catalunya.
- KELLER (2010) *Deep vibro techniques. Manual d'una empresa constructora de reforços de columnes de grava*.

- LÓPEZ RUIZ, A. (1983). *Mejora geotécnica del suelo*.
- MANUAL DEL PLAXIS 3D (2017).
- MANUAL DEL PLAXIS 2D (2017).
- MINISTERIO DE FOMENTO (2002). *Guía de cimentaciones en obras de carretera*.
- MITCHELL, J.K. (1981). *Soil improvement: state of the art report*.
- MITCHELL, J.K.; HUBER, T.R. (1985). *Performance of a stone column foundation*.
- MITCHELL, J.M.; JARDINE, F.M. (2002). *A guide to ground treatment*.
- OTEO MAZO, C.; OTEO ESCOBAR, J. (2012). *Innovaciones recientes en el campo de la mejora y refuerzo del terreno*.
- PRIEBE, H.J. (1995). *The design of vibro replacement*.
- ROFES, J. (2017). *Modelització de terraplens sobre sòls argilosos reforçats amb columnes de graves*. Treball Final de Màster. Universitat Politècnica de Catalunya.
- SAGASETA, C. (2006). *Avances en el diseño de las técnicas de mejora del terreno. Técnicas SEMSIG-AETESS. Técnicas de mejora del terreno. Madrid*
- SAÑUDO, L.A. (2014). *Análisis de la infiltración de agua de lluvia en firmes permeables con superficies de adoquines y aglomerados porosos para el control en origen de inundaciones*. Tesis doctoral. Universidad de Cantabria.
- WEBER, T.M.; SPRINGMAN, S.M.; GÄB, M. RACANSKY, V.; SCHWEIGER, H.F. (2009). *Numerical modelling of stone columns in soft clay under embankment*.
- ZHANG, Z.; HAN, J.; YE, G (2013). *Numerical investigation on factors for deep-seated slope stability of stone column-supported embankments over soft clay*.

